

УДК 69.04

Колесникова Галина Петровна, ст. преподаватель,
МАДИ, Россия, 125319, Москва, Ленинградский пр., 64, kolesnikovagp@mail.ru
Гасайниев Адам Раманович, магистрант, 2мСТМ,
МАДИ, Россия, 125319, Москва, Ленинградский пр., 64, a.gasayniev05@mail.ru

ПРИБЛИЖЕННОЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРАЕКТОРИИ ДВИЖЕНИЯ АТС ПРИ КОСОМ НАЕЗДЕ НА БОКОВЫЕ ТРОСОВЫЕ ОГРАЖДЕНИЯ

Аннотация. В работе описан алгоритм аналитического построения траектории автомобильного транспортного средства при его наезде на боковые тросовые ограждения (косой удар автомобиля в тросовое дорожное ограждение) по результатам натурных испытаний.

Построение такой траектории позволяет быстрее в сравнении с построением и расчетом модели МКЭ исследовать движение автомобильного транспортного средства, например, по двум основным факторам внутренней безопасности водителя/пассажира:

- влияние ремня безопасности;
- необходимость срабатывания подушки безопасности.

Проводимые испытания тросовых ограждений делают выводы о внутренней безопасности водителя/пассажира в целом, без конкретизации аспектов работы каждого из факторов внутренней безопасности.

Предлагаемое моделирование облегчает работу по оценке эффективности работы факторов внутренней безопасности, а также помогает провести проверку корректности разрабатываемой модели МКЭ.

Ключевые слова: тросовое ограждение, математическое моделирование, траектория движения.

Kolesnikova Galina P., senior lecturer,
MADI, 64, Leningradsky Prosp., Moscow, 125319, Russia, kolesnikovagp@mail.ru
Gasaniev Adam R., undergraduate, 2mSTM,
MADI, 64, Leningradsky Prosp., Moscow, 125319, Russia, a.gasayniev05@mail.ru

APPROXIMATE MATHEMATICAL MODELING OF THE TRAJECTORY OF THE ATS AT AN OBLIQUE HITTING THE SIDE OF A CABLE FENCE

Abstract. In the paper, an algorithm is described for the analytical construction of the trajectory of a motor vehicle when it hits a side cable fence (oblique impact of a car in a cable road fence) based on the results of full-scale tests.

The construction of such a trajectory makes it possible to study the movement of an automobile vehicle faster, in comparison with the construction and calculation of an FEM model, for example, according to two main factors of the internal safety of the driver/passenger:

- the influence of the safety belt;
- the need to operate the airbag.

The conducted tests of cable fencing make conclusions about the internal safety of the driver/passenger in general, without specifying the aspects of the work of each of the factors of internal security.

The proposed modeling facilitates the work on assessing the performance of internal security factors, and also helps to verify the correctness of the developed FEM model.

Key words: cable fencing, mathematical modeling, trajectory.

Введение

В последнее время приобретают популярность тросовые дорожные ограждения, которые устанавливаются:

- на разделительной полосе автомобильных дорог – для предотвращения преднамеренных и непреднамеренных переездов транспортных средств через дорогу, а также для разделения транспортных потоков встречных направлений;
- на обочинах – для предотвращения преднамеренных и непреднамеренных выездов транспортных средств за пределы автомобильной дороги. [1], [2].

Тросовое дорожное ограждение состоит из следующих основных элементов: тросов, стоек, анкерных блоков, стяжных устройств.



Тросовые дорожные ограждения безопасности

Учитывая, что ширина конструкции тросовых ограждений определяется толщиной поддерживающих стоек, что делает ограждение очень узким, тросовое ограждение устанавливают на участках автомобильных дорог, где применение ограждений барьерного или парапетного типов затруднено. [3], [4], [5].

Кафедрой строительной механики были разработаны тросовые дорожные ограждения безопасности, которые сейчас установлены на дорогах «Раменское-Донино» на участке 5,900 км – 6,200 км, А-107 ММК Горьковско-Егорьевское ш. км 44+215, г. Ногинск и др.

Целью данной работы является построение алгоритма приближенного математического моделирования траектории автомобильного транспортного средства (далее АТС) по результатам проводимых испытаний тросовых ограждений. Построение такой траектории позволяет быстрее в сравнении с построением и расчетом модели МКЭ исследовать АТС, например, по двум основным факторам внутренней безопасности водителя/пассажира:

- влияние ремня безопасности;
- необходимость срабатывания подушки безопасности. [6], [7].

Проводимые испытания АТС делают выводы о внутренней безопасности водителя/пассажира в целом, без конкретизации аспектов работы каждого из факторов внутренней безопасности. [8].

Предлагаемое моделирование облегчает работу по оценке эффективности работы факторов внутренней безопасности, а также помогает провести проверку корректности разрабатываемой модели МКЭ.

Постановка задачи

Автомобильное транспортное средство (рис. 1) рассматривается как материальная точка некоторой массы m . Начало отсчета декартовой системы координат соответствует точке начала контакта транспортного

средства и ограждения. Движение материальной точки начинается со скоростью $\vec{v}_0$, проходящей под углом α к горизонту. [9]

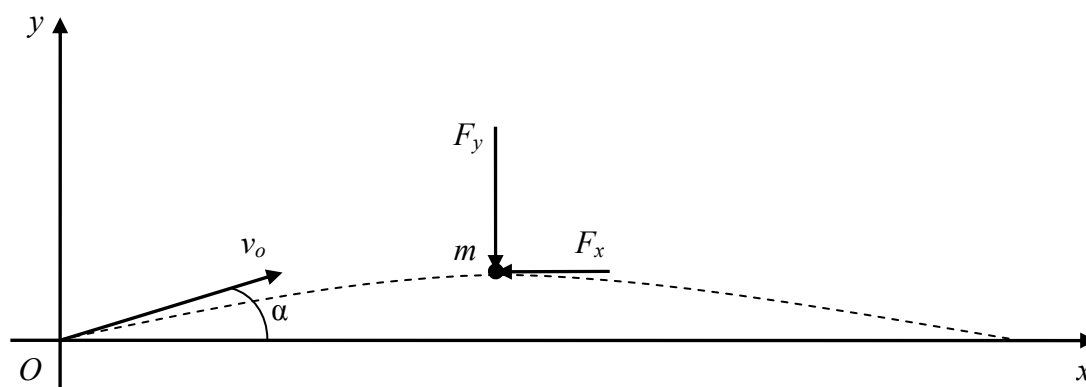


Рис. 1. Расчетная схема АТС

Противодействие движению транспортного средства со стороны тросового ограждения будем моделировать силами:

1. При боковом отклонении вдоль оси y : силой упругости $P_y = -ky$ и диссипативным сопротивлением $P_y^{\text{дис}} = -b\dot{y}$.
2. Сопротивление движению вдоль оси x : силой трения $F_x = -fN$, причем N – сила инерционного давления, то есть $N = m\ddot{y}$.

Оценка силы трения Кулона при учете сил инерционного давления

Данные натурных испытаний показывают, что при косом наезде транспортного средства на боковые тросовые ограждения скольжение автомобиля отсутствует, то есть сила трения Кулона не достигает своего максимального значения.

Проведем оценку силы трения. Для этого составим дифференциальное уравнение вращения колеса автомобиля вокруг его центра тяжести (рис. 2) и дифференциальное уравнение движения центра тяжести всего автомобиля вдоль продольной оси движения x . [9]. Получаем систему из 2-х линейных дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} m_{\text{авт}} \ddot{x}_C = 4F_{\text{тр}} - fI, \\ m_{\text{к}} \rho^2 \ddot{\phi} = -F_{\text{тр}} r + M. \end{cases}$$

Здесь ρ – радиус инерции колеса автомобиля.

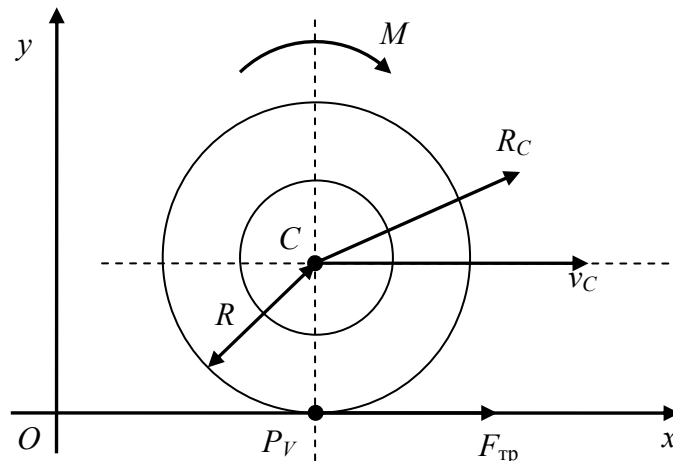


Рис. 2. Расчетная схема колеса автомобиля; P_V – мгновенный центр скоростей колеса

Учтем, что центр колеса имеет тоже ускорение, что и корпус автомобиля (то есть $\ddot{x}_C = \ddot{x}$). Исключаем ускорение в левой части уравнений системы при условии, что при качении без проскальзывания выполняется $\ddot{x}_C = R\ddot{\phi}$. Тогда:

$$\begin{aligned} &\begin{cases} \ddot{x}_C = \frac{1}{m_{\text{авт}}} (4F_{\text{тр}} - fI), \\ \ddot{x}_C = F_{\text{тр}} \frac{r^2}{m_{\text{к}} \rho^2} + M \frac{r}{m_{\text{к}} \rho^2}, \end{cases} \Leftrightarrow \\ &F_{\text{тр}} \frac{r^2}{m_{\text{к}} \rho^2} + M \frac{r}{m_{\text{к}} \rho^2} = \frac{1}{m_{\text{авт}}} (4F_{\text{тр}} - fI) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow M \frac{r}{m_{\text{к}} \rho^2} + \frac{1}{m_{\text{авт}}} fI = F_{\text{тр}} \left(\frac{4}{m_{\text{авт}}} - \frac{r^2}{m_{\text{к}} \rho^2} \right) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow F_{\text{тр}} = \frac{r}{m_{\text{к}} \rho^2 \left(\frac{4}{m_{\text{авт}}} - \frac{r^2}{m_{\text{к}} \rho^2} \right)} M + \frac{1}{m_{\text{авт}} \left(\frac{4}{m_{\text{авт}}} - \frac{r^2}{m_{\text{к}} \rho^2} \right)} fI \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow F_{\text{тр}} = \frac{r}{\rho^2 \left(4 \frac{m_{\text{к}}}{m_{\text{авт}}} - \frac{r^2}{\rho^2} \right)} M + \frac{1}{\left(4 - m_{\text{авт}} \frac{r^2}{m_{\text{к}} \rho^2} \right)} fI. \end{aligned}$$

При проведении испытаний момент, создаваемый трансмиссией на колесо близок к нулю. Далее, очевидно, что

$$\frac{1}{\left(4 - m_{\text{авт}} \frac{r^2}{m_k \rho^2}\right)} \rightarrow 0.$$

Таким образом, можно заключить, что сила трения Кулона не оказывает существенного влияния на моделируемое движение АТС.

Вывод уравнений траектории АТС

Итак, получаем систему дифференциальных уравнений движения АТС:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = -f m \ddot{y}, \\ m\ddot{y} = -b\dot{y} - ky. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \ddot{x} = -f\ddot{y}, \\ \ddot{y} + \frac{b}{m}\dot{y} + \frac{k}{m}y = 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \ddot{x} = -f\ddot{y}, \\ \ddot{y} + 2\varepsilon\dot{y} + p^2y = 0. \end{cases}$$

Второе уравнение представляет собой уравнение свободных затухающих колебаний. При начальных условиях движения ($y(0) = 0$; $\dot{y}(0) = v_0 \sin \alpha$) решение этого уравнения имеет вид [10]:

$$y(t) = A_0 e^{-\varepsilon t} \sin pt,$$

где

$$A_0 = \frac{v_0 \sin \alpha}{p}, \text{ м.}$$

Учитывая уравнение движения вдоль оси x , получаем:

$$\begin{cases} x(t) = -f \frac{v_0 \sin \alpha}{p} e^{-\varepsilon t} \sin pt + v_0 (\cos \alpha + f \sin \alpha), \\ y(t) = \frac{v_0 \sin \alpha}{p} e^{-\varepsilon t} \sin pt. \end{cases}$$

Поскольку максимальное боковое отклонение достигается при $\dot{y}(t^*) = 0$, то должно выполняться:

$$0 = -\varepsilon \sin pt^* + p \cos pt^*,$$

или,

$$\operatorname{tg} pt^* = \frac{p}{\varepsilon}. \quad (1)$$

Пусть максимальный прогиб составляет Y^* метров. Он достигается в момент времени t^* . Тогда,

$$Y^* = A_0 e^{-\varepsilon t^*} \sin p t^* = \frac{v_0 \sin \alpha}{p} e^{-\varepsilon t^*} \sin p t^*. \quad (2)$$

Из результатов проводимых испытаний можем сделать вывод, что время контакта транспортного средства и ограждения возможно принять за полупериод колебаний $\tau = \frac{T}{2} = \frac{\pi}{p}$ с. При вычисленном значении

$p = \frac{\pi}{\tau}$ из соотношений (1) и (2), а также из данных натурных испытаний

для Y^* находим t^* и ε .

Однако такое решение существует не всегда.

Действительно, из соотношения (2) получаем:

$$e^{\varepsilon t^*} = \frac{A_0}{Y^*} \sin p t^*. \quad (3)$$

Также следует учесть, что (1) имеет смысл, если

$$\operatorname{tg} p t^* > 0.$$

Данное неравенство примем как достаточное условие существования решения системы уравнений (1)–(2).

Далее из (1) получаем:

$$\varepsilon = \frac{p}{\operatorname{tg} p t^*}.$$

Из (3) следует, что:

$$\frac{p t^*}{\operatorname{tg} p t^*} = \ln \frac{A_0}{Y^*} \sin p t^*. \quad (4)$$

Равенство (4) позволяет определить t^* при условии, что $t^* \in [0; \tau]$, с. Однако, очевидно, что для существования (4) необходимо выполнение:

$$\frac{A_0}{Y^*} \sin p t^* > 1.$$

Учитывая, что $|\sin pt^*| \leq 1$, делаем вывод, что:

$$\frac{A_0}{Y^*} > 1,$$

или

$$A_0 > Y^*.$$

Назовем это соотношение необходимым условием существования решения системы уравнений (1)–(2).

При нарушении необходимого и достаточного условий при построении траектории в качестве математической модели следует принять:

$$\begin{cases} x(t) = -f \frac{v_0 \sin \alpha}{p} \sin pt + v_0 (\cos \alpha + f \sin \alpha) t, \\ y(t) = \frac{v_0 \sin \alpha}{p} \sin pt. \end{cases}$$

При таком построении при максимальном прогибе выполняется:

$$\sin pt^* = 1.$$

Таким образом, параметр p можно рассчитывать и по ранее полученной формуле

$$p = \frac{\pi}{\tau},$$

либо как

$$p = \frac{v_0 \sin \alpha}{Y^*}.$$

Результаты вычисления по обеим формулам должны совпадать.

Проверкой правильности получаемой траектории является опытная длина пути взаимодействия АТС с тросовым ограждением – величина $x(\tau)$, м.

Сравнение получаемых результатов с данными натурных испытаний

Согласно методике, изложенной в ГОСТ Р 52721-2007 (п. 6.1–6.6), угол между продольной осью и направлением движения испытуемого АТС, используемого для его наведения, равен 20° .

По данным натурных испытаний для АТС типа ГАЗ-3102, год выпуска 1998, $Y^* = 0,6$, м, $v_0 = 25$, м/с, длина пути взаимодействия $x(\tau) = 13$, м, $\tau = 0,5$, с.

Полученная траектория (рис. 3, рис. 4):

$$\begin{cases} x(t) = -0,204e^{-3,506t}\sin(6,283t) + 24,782t, \\ y(t) = 1,361e^{-3,506t}\sin(6,283t). \end{cases}$$

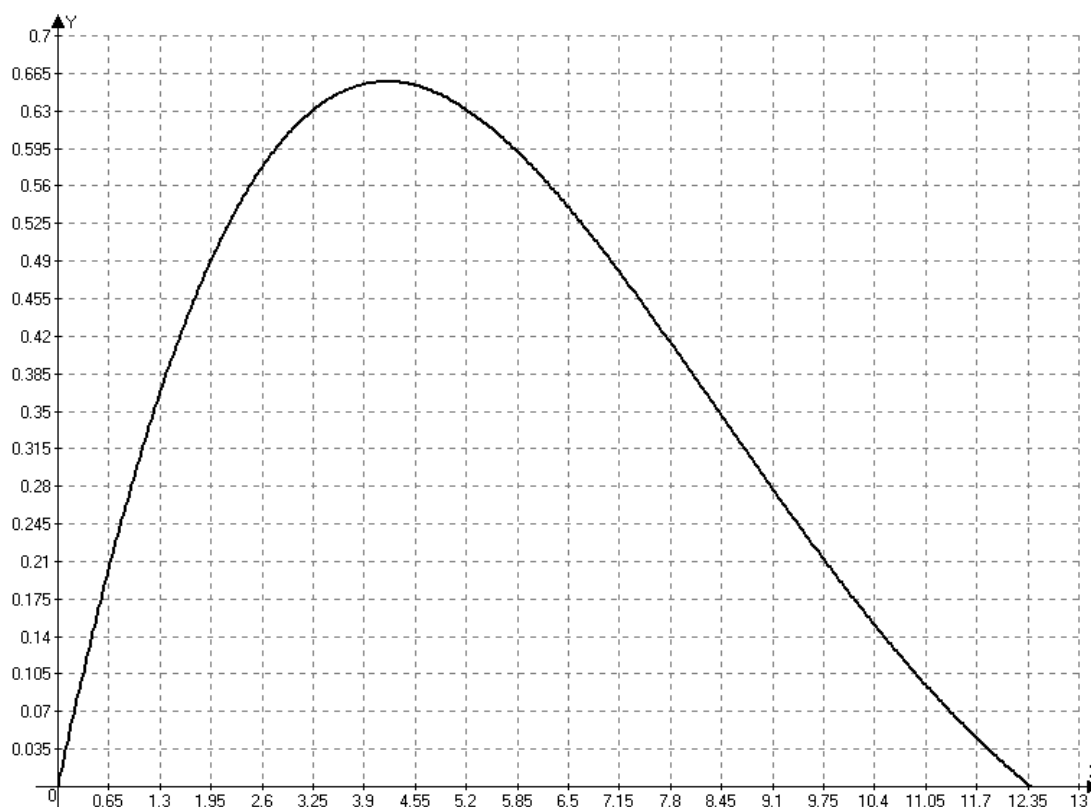


Рис. 3. Расчетная траектория АТС типа ГАЗ-3102

Для АТС типа Автобус Мерседес-Бенц-0345 данные испытаний $Y^* = 1,5$, м, $v_0 = 19,4$, м/с, длина пути взаимодействия $x(\tau) = 25$, м, $\tau = 1,3$, с. Полученные уравнения (рис. 5, рис. 6):

$$\begin{cases} x(t) = -0,225\sin(0,769\pi t) + 19,1t, \\ y(t) = 1,5\sin(0,769\pi t). \end{cases}$$

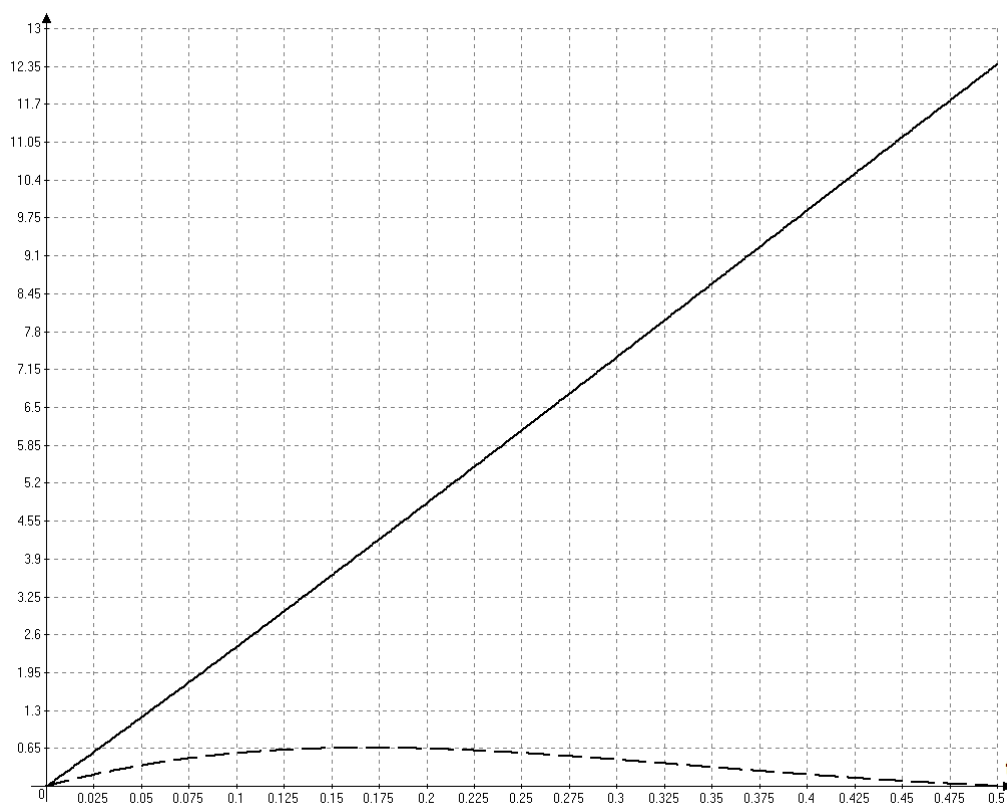


Рис. 4. Расчетные отклонения вдоль осей x (сплошная линия) и y (пунктирная линия), м, для АТС типа ГАЗ-3102

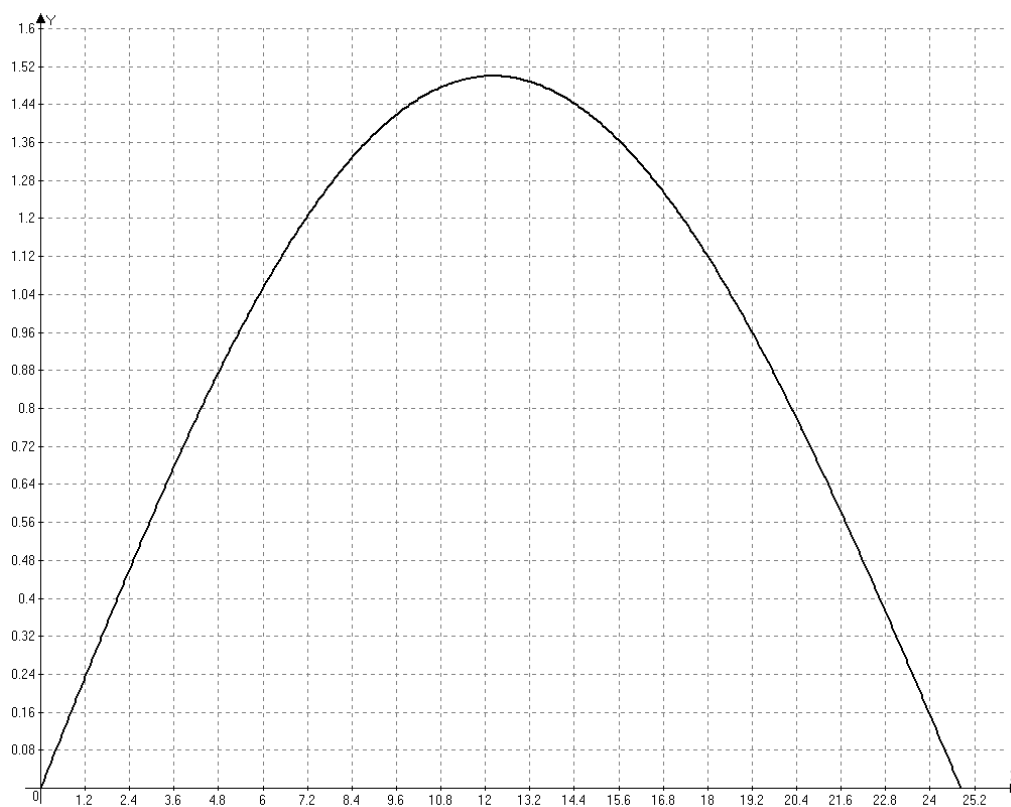


Рис. 5. Расчетная траектория АТС типа автобус Мерседес-Бенц-0345

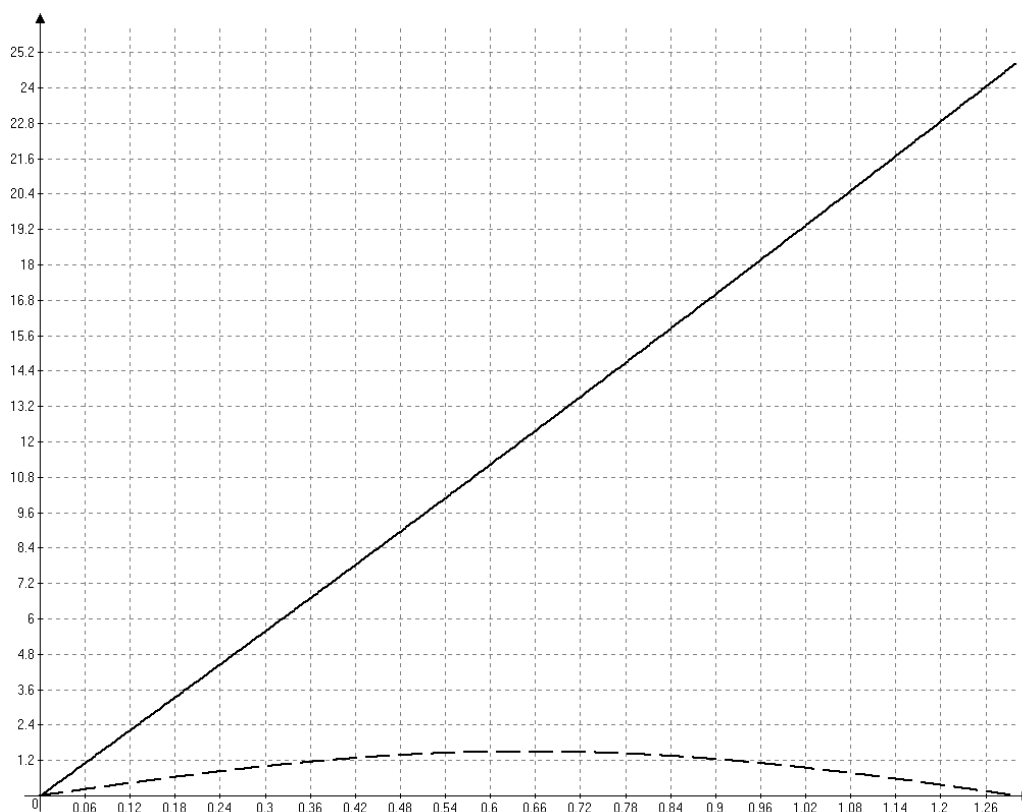


Рис. 6. Расчетные отклонения вдоль осей x (сплошная линия) и y (пунктирная линия), м, для АТС типа автобус Мерседес-Бенц-0345

Сравнение результатов натурных испытаний и расчетных данных:

Вид АТС	Результаты натурных испытаний			Расчетные данные, м	Относительная погрешность расчета, %
	Y^* , м	v_0 , м/с	Длина пути взаимодействия, м		
ГАЗ-3102, год выпуска 1998	0,6	25	13	12,36	3–4
Автобус Мерседес-Бенц-0345	1,5	19,4	25	24,6	1,6

Сравнительный анализ получаемых траекторий с моделью МКЭ

На кафедре строительной механики МАДИ аспирантом И. Карповым была разработана конечно-элементная модель тросового ограждения и рассчитана траектория движения автомобиля массой 1050 кг при начальной скорости контакта $v_0 = 25$ м/с. Согласно произведенным расчетам время контакта составило 0,85 сек, динамический прогиб – 2,5 м (рис. 7).

Согласно описанному выше алгоритму находим:

$$0,85 = \frac{\pi}{p} \Leftrightarrow p = \frac{\pi}{0,85} = 3,694, \frac{1}{c}.$$

Тогда $A_0 = 2,3$, что меньше, чем ожидаемый динамический прогиб (2,5 метра). Также при дальнейших вычислениях нарушается достаточное условие:

$$\text{tg} p t^* > 0.$$

Поэтому, траекторию движения АТС составляем по второму способу:

$$p = \frac{v_0 \sin \alpha}{Y^*} = \frac{8,55}{2,3} = 3,717, \frac{1}{c};$$

полученные уравнения (рис. 8):

$$\begin{cases} x(t) = -0,345 \sin 3,7t + 24,775 \cdot t, \\ y(t) = 2,3 \sin 3,7t. \end{cases}$$

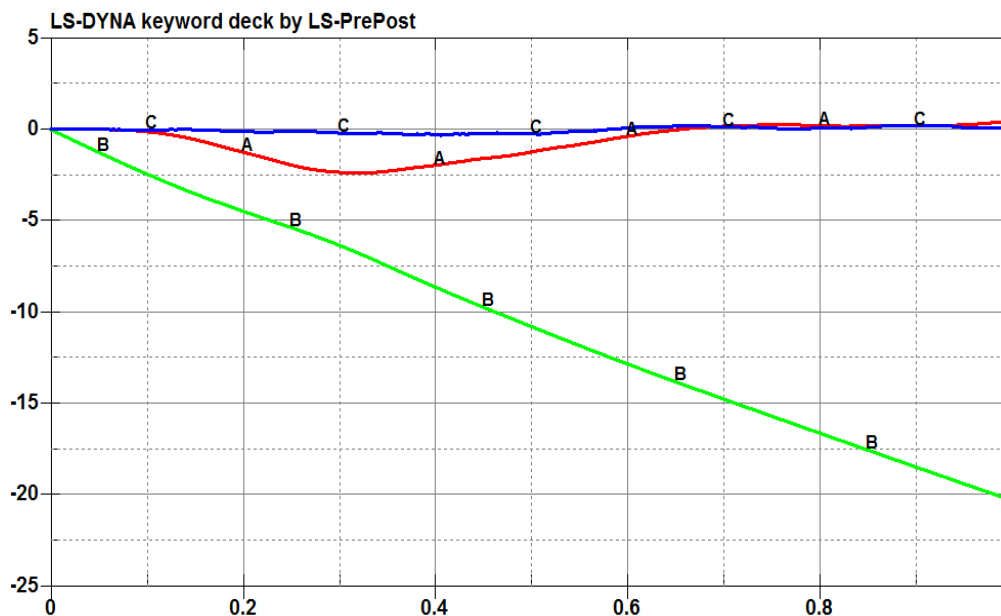


Рис. 7. Расчетные отклонения по модели МКЭ



Рис. 8. Расчетные отклонения согласно предлагаемому алгоритму построений

По сравнению с моделью МКЭ построенная математическая модель дает перемещения с погрешностью около 2–4%.

Заключение

В результате разработан алгоритм приближенного построения траектории движения АТС по данным натурных испытаний. Данный метод дает хорошую сходимость с построенной моделью МКЭ.

Таким образом, алгоритм аналитического построения траектории дает возможность проверки разрабатываемых моделей МКЭ, а также может быть использован для других исследований движения АТС, например, для исследования внутренней безопасности движения.

Список литературы

1. Безопасный трос. На трассе М7 испытывают новое ограждение, МК – Нижний Новгород (22 октября 2013). – Режим доступа: <http://www.avtodorogi-magazine.ru/item/514-ustrojstvo-trosovykh-ograzhdenij.html>

2. Гусева, У.Ю. Тросовые ограждения на автомобильных дорогах / У.Ю. Гусева, А.В. Тур, М.О. Моисеенко // Сборник научных трудов XI Международной конференция студентов и молодых ученых; Томск, 22–25 апреля 2014 г.
3. Карпов, И.А. Разработка конечно-элементных моделей тросовых дорожных ограждений с использованием программного комплекса ls-dyna / И.А. Карпов // Автомобиль. Дорога. Инфраструктура. – 2014. – № 2 (2). – С. 38.
4. Демьянушко, И.В. Моделирование работы тросовых дорожных удерживающих ограждений / И.В. Демьянушко, И.А. Карпов // Строительная механика и вопросы надежности на транспорте: тезисы докладов 72 научно-метод. и научно-техн. конференции МАДИ. – М., 2014.
5. Демьянушко, И.В. Разработка симуляционных моделей наезда транспортного средства на тросовые дорожные ограждения безопасности / И.В. Демьянушко, И.А. Карпов, А.Г. Общев // Стендовые доклады Российской конференции пользователей программных комплексов MSC.Software 2012. – Режим доступа: http://www.mscsoftware.ru/conf/conf_ru2012_2
6. Основы конструкции современного автомобиля: учебник для вузов / А.М. Иванов, А.Н. Солнцев, В.В. Гаевский, П.Н. Клюкин, В.И. Осипов, А.И. Попов. – М.: ООО «Издательство «За рулем», 2012. – 336 с.
7. Шварц, А. Безопасность 2004 / А. Шварц // Электронный журнал Вестник. – 2004. – № 11 (348); № 13 (350). – Режим доступа: <http://www.vestnik.com/issues/2004/0721/koi/shvarts.htm>
8. Результаты натурных испытаний ФГУП «НАМИ», 2016.
9. Курс теоретической механики: учебник для вузов / В.И. Дронг, В.В. Дубинин, М.М. Ильин [и др.]; ред. К.С. Колесников, В.В. Дубинин. – 5-е изд., испр. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017. – 580 с.
10. Ильин, М.М. Теория колебаний: учебник для вузов / М.М. Ильин, К.С. Колесников, Ю.С. Саратов; под ред. К.С. Колесникова – 2-е изд., стереот. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003. – 272 с.

References

1. URL: <http://www.avtodorogi-magazine.ru/item/514-ustrojstvo-trosovykh-ograzhdenij.html>
2. Guseva U.Ju., Tur A.V., Moiseenko M.O. Sbornik nauchnyh trudov XI Mezhdunarodnoj konferencija studentov i molodyh uchenyh, Tomsk, 22–25 april's 2014 g.
3. Karpov I.A. *Avtomobil'. Doroga. Infrastruktura*, 2014, no. 2 (2), p. 38.
4. Dem'janushko I.V., Karpov I.A. *Stroitel'naja mehanika i voprosy nadezhnosti na transporte*, Tezisy dokladov, Moscow, MADI, 2014.
5. URL: http://www.mssoftware.ru/conf/conf_ru2012_2
6. Ivanov A.M., Solncev A.N., Gaevskij V.V., Kljukin P.N., Osipov V.I., Popov A.I. *Osnovy konstrukcii sovremennogo avtomobilja* (Basics of modern car design), Moscow, ООО «Izdatel'stvo «Za rulem», 2012, 336 p.
7. URL: <http://www.vestnik.com/issues/2004/0721/koi/shvarts.htm>
8. *Rezul'taty naturnyh ispytanij FGUP «NAMI»* (Results of full-scale tests of FSUE "NAMI"), 2016.
9. Drong V.I., Dubinin V.V., Il'in M.M., Kolesnikov K.S., Kosmodem'janskij V.A., Nazarenko B.P., Pankratov A.A., Rusanov P.G., Saratov Ju.S., Stepanchuk Ju.M., Tusheva G.M., Shkapov P.M. *Kurs teoreticheskoy mehaniki* (The course of theoretical mechanics), Moscow, Izd-vo MGTU im. N.Je. Baumana, 2017, 580 p.
10. Il'in M.M., Kolesnikov K.S., Saratov Ju.S. *Teorija kolebanij* (Theory of oscillations), Moscow, Izd-vo MGTU im. N.Je. Baumana, 2003, 272 p.