

УДК 625.717.2.032.3

Татаринов Владимир Владимирович, канд. техн. наук, проф.,
МАДИ, Россия, 125319, Москва, Ленинградский пр., 64, tatarinov@madi.ru

Фомин Андрей Владимирович, канд. техн. наук, доц.,
МАДИ, Россия, 125319, Москва, Ленинградский пр., 64, fomin.a@tpr-msk.ru

РАСЧЕТ ПРОГИБОВ ПЛИТЫ АЭРОДРОМНОГО ПОКРЫТИЯ С УЧЕТОМ РАЗМЕРА ОТПЕЧАТКА АВИАШИНЫ

Аннотация. В статье рассмотрен расчет прогибов армобетонного покрытия аэродрома от колес основной опоры самолета Боинг-747-400. Исследованы решения основной модели жесткого аэродромного покрытия в виде бесконечной пластины на упругом основании и проведен анализ полученных результатов для различного представления подвижной нагрузки от колеса. В качестве примера рассмотрено движение по модели армобетонного покрытия нагрузки от колеса самолета в виде сосредоточенной силы и распределенной по прямоугольному отпечатку.

Ключевые слова: покрытие аэродрома, прогиб аэродромного покрытия, пластина, упругое основание.

Tatarinov Vladimir V., Ph. D., professor,
MADI, 64, Leningradsky Prosp., Moscow, 125319, Russia, tatarinov@madi.ru,

Fomin Andrey V., Ph. D., associate professor,
MADI, 64, Leningradsky Prosp., Moscow, 125319, Russia, fomin.a@tpr-msk.ru

CALCULATION DEFLEXION OF AIRFIELD PAVEMENT TAKING INTO ACCOUNT SIZE OF IMPRINT OF AIRTIRE

Abstract. The article describes the calculation of deflections fibercrete pavement of the airfield from the wheels of main landing gear of a Boeing 747-400. We study the solutions of the basic model of rigid airfield pavement in the form of an infinite plate on an elastic foundation and the analysis of the obtained results for different views of the moving load of the wheel. As an example, the considered movement model fibercrete pavement the loads from the wheels of the aircraft in the form of concentrated force and distributed on a rectangular imprint.

Key words: airfield pavement, deflection of airfield pavement, plate, elastic foundation.

Введение

Одной из важных задач проектирования аэродромных покрытий жесткого типа является задача расчета прогибов покрытия на подвижную нагрузку от колеса самолета. Величины прогибов используются для определения таких важных параметров прочностного расчета, как коэффициент динамичности, кривизна изогнутой поверхности, а также могут быть использованы для оценки внутренних усилий в плите. Вследствие сложности данной задачи обычно расчет выполняют в предположении нагрузки от колеса в виде сосредоточенной силы. Такое представление внешней нагрузки не соответствует действительности, так как не учитывает особенностей работы плиты покрытия под нагрузкой, распределенной по площади отпечатка, размеры которого зависят от внутреннего давления воздуха в авиашине. В данном исследовании выполнена оценка влияния размеров отпечатка пневматика авиацины на величину прогиба покрытия при различных скоростях движения самолета.

Основная часть

Основной моделью жесткого аэродромного покрытия принято считать тонкую, однородную, анизотропную и бесконечную в плане пластину на основании Винклера [1]. Динамическое равновесие такой пластины при движении нагрузки от колеса расчетного самолета в соответствии с расчетной схемой, изображенной на рис. 1, описывается следующим бигармоническим уравнением в частных производных [2, 3]:

$$\left(\nabla^4 + 1 + \frac{\rho}{\ell^2 K_S g} \left(\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} V_x + 2 \frac{\partial^2}{\partial \xi \partial \eta} V_x V_y + \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} V_y \right) \right) W(\xi, \eta) = \frac{q(\xi, \eta)}{K_S}, \quad (1)$$

где $\nabla^4 = \left(\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \right)^2$ – оператор дифференцирования; $W(\xi, \eta)$ – функция прогиба срединной поверхности плиты под нагрузкой $q(\xi, \eta)$; K_S –

коэффициент постели упругого основания; V – скорость движения

самолета; g – ускорение свободного падения; $\ell^4 = \frac{B}{K_S}$ – упругая

характеристика пластины; $B = \frac{Et^3}{12(1-\mu^2)}$ – цилиндрическая жесткость

пластины; ρ , E , t , μ – соответственно поверхностная плотность, модуль упругости, толщина и коэффициент Пуассона материала покрытия;

$\xi = (x - V_x \cdot t)/\ell$, $\eta = (y - V_y \cdot t)/\ell$ – подвижные приведенные декартовы координаты центра нагруженной площадки.

Рассмотрим задачу о движении нагрузки от колеса самолета, распределенной по прямоугольнику со сторонами $2c$ и $2d$ равномерно вдоль оси X , то есть $\xi = (x - V)/\ell$; $\eta = y/\ell$; $V = V_x$; $V_y = 0$, и, обозначив

параметр сил инерции пластины $\lambda = \frac{\rho V^2}{2\ell^2 K_S g}$, получим уравнение (1)

в следующем виде:

$$\left(\nabla^4 + 1 + 2\lambda^2 \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \right) W(\xi, \eta) = \frac{q(\xi, \eta)}{K_S}. \quad (2)$$

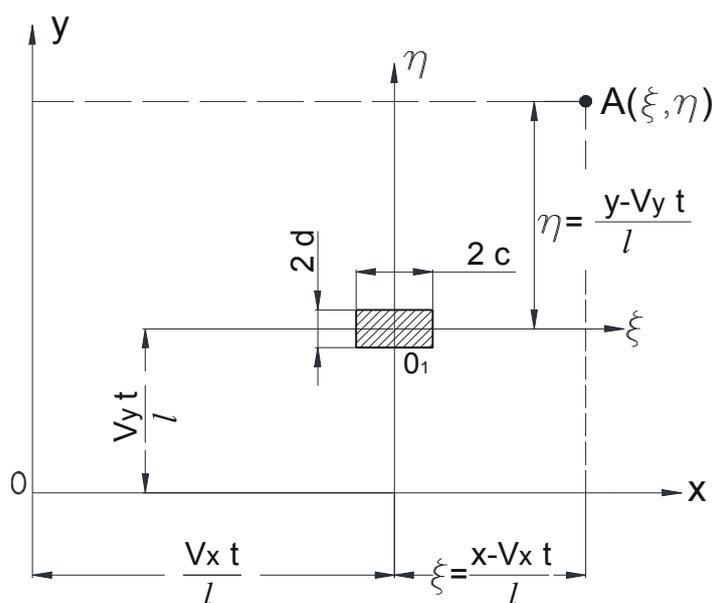


Рис. 1. Расчетная схема аэродромного покрытия

Решение дифференциального уравнения (1) в декартовой системе координат, соответствующее приложению нагрузки в начале системы подвижных координат ($\xi = \eta = 0$), имеет вид:

а) для случая нагрузки, распределенной по прямоугольнику со сторонами $2c$ и $2d$:

$$W = \frac{F_d}{\pi^2 c d K_s} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\sin\left(\frac{\alpha c}{\ell}\right) \cdot \sin\left(\frac{\beta d}{\ell}\right) d\alpha d\beta}{\alpha \beta [(\alpha^2 + \beta)^2 + 1 - 2\lambda^2 \alpha^2]} \quad (3)$$

б) для нагрузки в виде сосредоточенной силы, учитывая, что

$$\lim_{c \rightarrow 0} \frac{\sin\left(\frac{c \cdot \alpha}{\ell}\right)}{c} = \frac{\alpha}{\ell}; \quad \lim_{d \rightarrow 0} \frac{\sin\left(\frac{d \cdot \beta}{\ell}\right)}{d} = \frac{\beta}{\ell};$$

$$W = \frac{F_d}{\pi^2 \ell^2 K_s} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{d\alpha d\beta}{(\alpha^2 + \beta)^2 + 1 - 2\lambda^2 \alpha^2} \quad (4)$$

Очевидно, что значения прогибов, полученные для подвижной нагрузки в виде сосредоточенной силы и распределенной по прямоугольному отпечатку, также будут различными.

Для того чтобы оценить степень влияния формы отпечатка колеса при его движении по аэродромному покрытию, рассмотрим задачу о движении колеса опоры самолета В-747-400 по армобетонному покрытию на укрепленном основании.

Исходные данные к расчету:

– характеристики самолетной нагрузки: максимальный взлетный вес $F = 3.96$ МН; количество основных опор $N_o = 4$; количество колес на основной опоре $N_k = 4$; давление в шине $p_a = 1.41$ МПа; база тележки $b_t = 1.47$ м; колея тележки $a_t = 1.1$ м; коэффициент загрузки основных опор $K_o = 0.936$; коэффициент, учитывающий число приложений колесных нагрузок за проектный срок эксплуатации $k_u = 1.04$; коэффициент динамичности $k_d = 1.25$; коэффициент разгрузки $\gamma_f = 1$;

– характеристики района проектирования: II ДКЗ, 56° С.Ш., тип гидрогеологических условий – 1, грунт естественного основания – суглинок $K_s = 50 \text{ МН/м}^3$, группа участков покрытия А.

На основании опыта проектирования подобных конструкций принимаем следующий конструктивный вариант армобетонного покрытия на укрепленном основании (рис. 2).



Рис. 2. Конструктивный разрез аэродромного покрытия

Основные расчетные характеристики варианта аэродромного покрытия приведены в табл. 1.

Размеры сторон прямоугольного отпечатка, равновеликого площади отпечатка пневматика колеса основной опоры самолета, могут быть определены из следующих соображений:

– площадь отпечатка пневматика колеса основной опоры самолета:

$$A = \frac{F_d}{p_a} = 0.205 \text{ м}^2;$$

где $F_d = \frac{F \cdot K_o}{n_o \cdot n_k} \cdot k_d \cdot \gamma_f = 0.2896 \text{ МН}$ – динамическая нагрузка от колеса

основной опоры;

– при соотношении сторон прямоугольного отпечатка получаем, что $c = 0.32$ м, а $d = 0.16$ м.

Таблица 1

Характеристики расчета армобетонного покрытия

№	Параметр расчета	Обозначение	Размерность	Значение
1	Жесткость армобетонной плиты	B	$\frac{\text{МН} \cdot \text{м}^2}{\text{п.м.}}$	107.4657
2	Жесткость пескоцементного основания	B_f	$\frac{\text{МН} \cdot \text{м}^2}{\text{п.м.}}$	28.4261
3	Суммарная жесткость	$B + B_f$	$\frac{\text{МН} \cdot \text{м}^2}{\text{п.м.}}$	135.8918
4	Эквивалентный коэффициент постели	K_{se}	$\frac{\text{МН}}{\text{м}^3}$	62.962
5	Упругая характеристика плиты	ℓ	м	1.2121
6	Параметр	α	–	0.2109
7	Единичный изгибающий момент от действия расчетного колеса	\bar{m}_1	–	0.2021
8	Сумма единичных изгибающих моментов, создаваемых действием колес, расположенных за пределами расчетного сечения	$\max \left(\sum_{i=2}^4 \bar{m}_{x_i}, \sum_{i=2}^4 \bar{m}_{y_i} \right)$	–	0.0607
9	Максимальный изгибающий момент при центральном загрузении плиты	$m_{c,\max}$	$\frac{\text{МН} \cdot \text{м}}{\text{п.м.}}$	0.0764
10	Параметр	γ_b	–	3.7805
11	Параметр	θ_0	–	0.7638
12	Коэффициент	ρ	–	0.8724
13	Расчетное значение изгибающего момента	m_d	$\frac{\text{МН} \cdot \text{м}}{\text{п.м.}}$	0.0632
14	Предельное значение изгибающего момента	m_u	$\frac{\text{МН} \cdot \text{м}}{\text{п.м.}}$	0.0632

Значения прогибов плиты аэродромного покрытия могут быть рассчитаны по формулам (3) и (4) для случаев представления нагрузки в виде распределенной нагрузки или сосредоточенной силы.

Данные выражения представляют собой двойные несобственные интегралы, в которых подынтегральные функции имеют вид, изображенный на рис. 3.

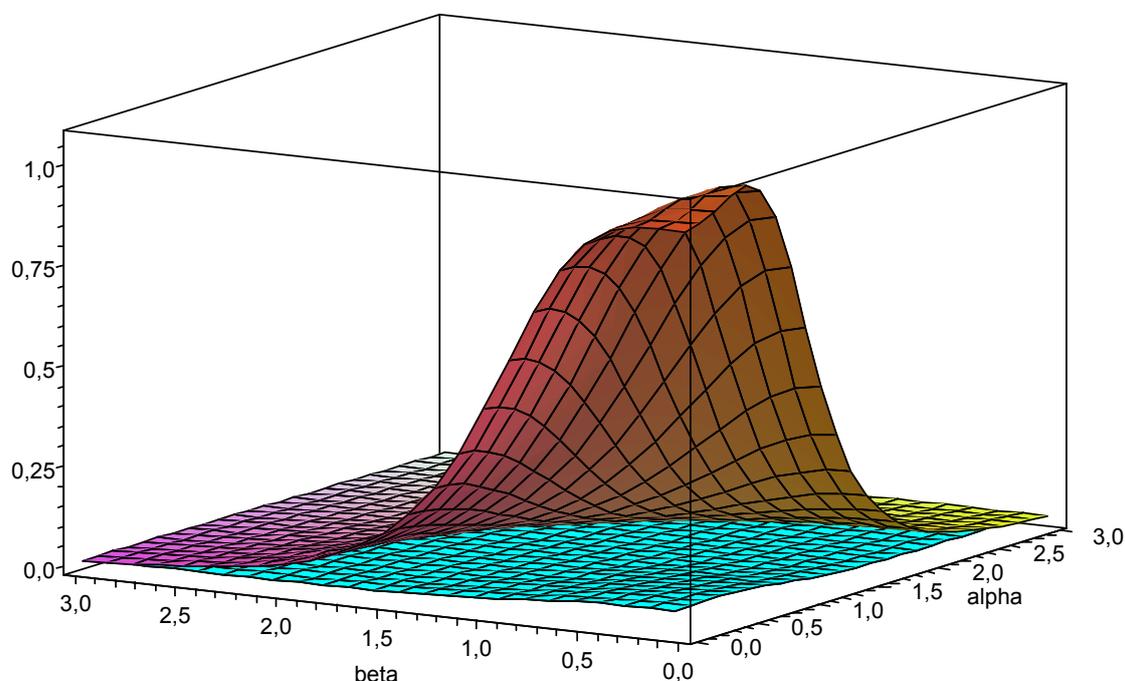


Рис. 3. Графики подынтегральных выражений (3) и (4)

Графики подынтегральных выражений свидетельствуют о гладкости функций, поэтому для оценки сходимости несобственных интегралов и их последующего вычисления можно оценить значение верхнего предела интегрирования A , на который можно заменить бесконечности при определенной точности расчета. Выполненные расчеты показывают, что значения A , соответствующие точности расчета $\varepsilon = 10^{-5}$, не превышают 25 (рис. 4). Однако следует отметить, что дифференцирование выражений (3) и (4), выполняемое для перехода от прогибов плиты покрытия к значениям внутренних усилий (изгибающих моментов), существенно замедляет сходимость несобственных интегралов и даже может сделать их расходящимися, особенно для выражения (4).

Значение интеграла

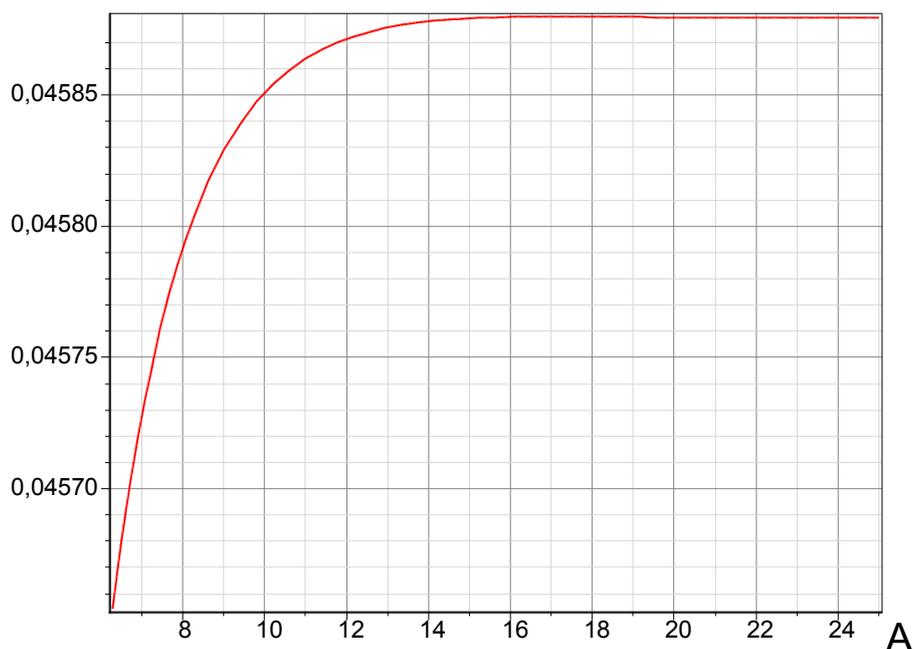


Рис. 4. График сходимости несобственных интегралов в (3) и (4)

Результаты расчетов прогибов плиты аэродромного покрытия для случаев нагрузки, представленной в виде сосредоточенной силы и распределенной по прямоугольному отпечатку, выполненные в программном комплексе Maple, показаны на рис. 5.

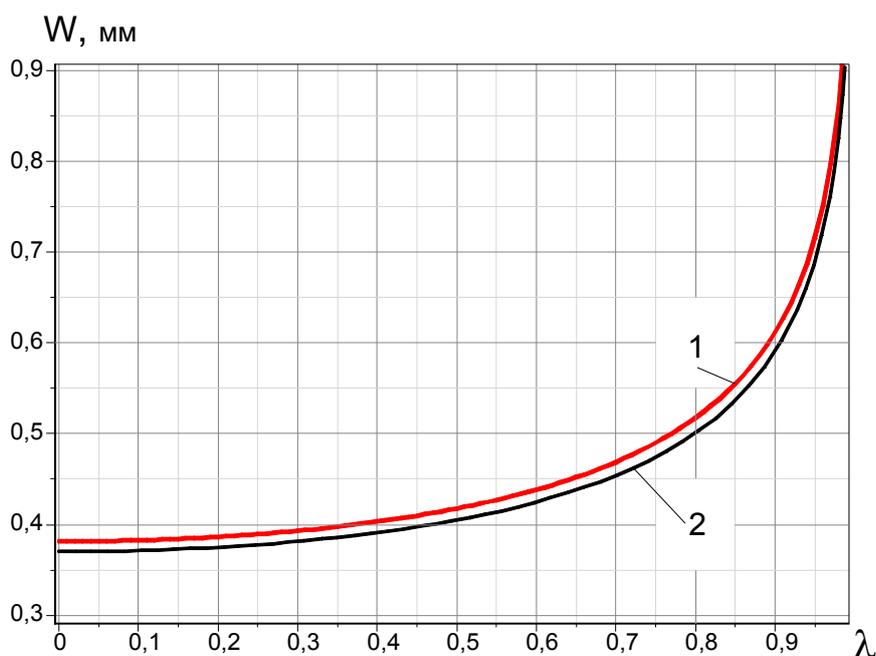


Рис. 5. Графики изменения значений прогибов плиты:
1 – для нагрузки в виде сосредоточенной силы; 2 – для распределенной нагрузки

Заключение

Анализ графиков, приведенных на рис. 5, показывает, что значения прогибов аэродромного покрытия, рассчитанные при представлении нагрузки от колеса самолета в виде сосредоточенной силы и распределенной нагрузки, практически не отличаются. Разница составляет менее 5%, что дает основание выполнять такие расчеты без учета распределительной способности модели пневматика авиацины. При этом для вычисления несобственных интегралов, входящих в выражения для расчета прогибов, достаточно ограничиться незначительной областью интегрирования.

Список литературы

1. СП 121.13330.2012. Аэродромы. Актуализированная редакция СНиП 32-03-96 / Минрегион России. – М., 2012. – 98 с.
2. Татаринов, В.В. Оценка коэффициента динамичности аэродромного покрытия аэропорта «Камрань» (Вьетнам) / В.В. Татаринов, Нгуен Ван Хиеу // Вестник МАДИ. – 2016. – № 3(46). – С. 98–103.
3. Livesley, R.K. Some Notes On The Mathematical Theory Of A Loaded Elastic Plate Resting On An Elastic Foundation / R.K. Livesley; Department of Mathematics, The University, Manchester. – Manchester, 1951. – P. 32–44.
4. Голоскоков, Д.П. Уравнения математической физики. Решение задач в системе Maple: учебник для вузов / Д.П. Голоскоков. – СПб.: Питер, 2004. – 539 с.

References

1. *Aerodromy, SP 121.13330.2012. Aerodromy. Aktualizirovannaya redaktsiya SNI P 32-03-96 (Aerodromy JV 121.13330.2012. The staticized edition Construction Norms and Regulations 32-03-96), Moscow, FAU FCT, 2012, 98 p.*

2. Tatatrinov V.V., Nguen Van Khieu. *Vestnik MADI*, 2016, no. 3 (46), pp. 98–103.

3. Livesley R.K. Some Notes On The Mathematical Theory Of A Loaded Elastic Plate Resting On An Elastic Foundation, Department of Mathematics, The University, Manchester, 1951, pp. 32–44.

4. Goloskokov D.P. *Uravneniya matematicheskoy fiziki. Reshenie zadach v sisteme Maple* (Equations of mathematical physics. The decision in Maple system tasks), St. Peterburg, Piter, 2004, 539 p.