

Научная статья
УДК 621.879

Планирование траекторий экскаваторного оборудования в рабочем пространстве

Петр Леонидович Кудряшов¹, Андрей Геннадьевич Савельев²

^{1,2}Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет (МАДИ),
Москва, Россия

²Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

¹techpostdm@yandex.ru

²prof.saveliev@yandex.ru

Аннотация. В статье рассмотрено планирование в рабочем пространстве траекторий для рабочего оборудования экскаватора на основе прямых, циклоид, цепных линий и В-кривых на базисе В-сплайн функций. Описана математическая модель формирования В-кривых. Описанные модели реализованы в разработанном программном комплексе. Приведена методика перехода от координат точек траектории в рабочем пространстве к значениям обобщенных координат в конфигурационном пространстве и определения закона движения системы по заданным кривым рабочего пространства с нахождением значений изменения обобщенных координат, угловых скоростей и ускорений, являющихся входными данными для решения обратной задачи динамики. Сделан вывод о том, что предлагаемая методика может быть основой для анализа энергетических затрат при движении рабочего оборудования по траекториям различной формы при учете метода решения обратной задачи кинематики и налагаемыми при этом требованиями и ограничениями, а также для разработки алгоритмов оптимизации энергозатрат.

Ключевые слова: экскаватор, планирование траекторий, рабочее пространство.

Для цитирования: Кудряшов П.Л., Савельев А.Г. Планирование траекторий экскаваторного оборудования в рабочем пространстве // Автомобиль. Дорога. Инфраструктура. 2024. № 4 (42).

Original article

Trajectory planning of excavator equipment in the workspace

Petr L. Kudryashov¹, Andrey G. Saveliev²

^{1,2}Moscow Automobile and Road Construction State Technical University (MADI), Moscow, Russia

²Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

¹techpostdm@yandex.ru

²prof.saveliev@yandex.ru

Abstract. The article considers planning of excavator working equipment trajectories in the workspace based on straight lines, cycloids, catenaries and B-spline functions. A mathematical model for the formation of B-splines is described. The described mathematical models are implemented in the developed software package. A method is given for the transition from the coordinates of the trajectory points in the working space to the values of the generalized coordinates in the configuration space and for determining the law of motion of the system along the given curves of the working space by finding the values of the change in the generalized coordinates, angular velocities and accelerations, which are the input data for solving the inverse problem of dynamics. It is concluded that the proposed method can be the basis for analyzing energy costs during the movement of working equipment along trajectories of various shapes, taking into account the method for solving the inverse kinematics problem and the requirements and restrictions imposed on it, as well as for developing algorithms for optimizing energy costs.

Keywords: excavator, trajectory planning, workspace.

For citation: Kudryashov P.L., Saveliev A.G. Trajectory planning of excavator equipment in the workspace. *Avtomobil'. Doroga. Infrastruktura*. 2024. № 4 (42).

Введение

Энергозатраты при перемещении рабочего экскаваторного оборудования (далее РО) в пространстве (исключая процесс копания грунта) зависят от длины траектории, сил сопротивления в конструкции, величин скорости и ускорений, времени движения, массы элементов. В настоящее время существует множество методик расчета усилий в конструкции РО при копании в любых точках рабочей зоны экскаватора, однако работ, исследующих динамические нагрузки и энергозатраты при транспортировании РО с учетом вращения поворотной платформы, существенно меньше [1]. Возможность планирования траекторий в рабочем пространстве является необходимым условием для оптимизации энергозатрат и времени движения. Существующие работы по построению траектории РО экскаваторов в большинстве своем исследуют процесс копания грунта, перемещение при других операциях рассматривается в рамках заранее определенных траекторий, чаще упрощенных до прямых линий, таким образом, исследованию движения РО экскаватора вне процесса

копанию уделено не достаточное количество внимания. Задача движения решается путем определения пути, по которому должна двигаться система, после чего необходимо определить закон изменения во времени базовых переменных (углов в шарнирах, скоростей, ускорений), обеспечивающих движение по заданному пути. Понятие траектории в расширенном смысле описывает путь и изменение во времени переменных системы на этом пути [2]. В случае РО экскаватора такими параметрами выступают обобщенные координаты – значения углов в кинематических парах. Операционное пространство W (иначе называется рабочее пространство) – это физическое пространство, в котором существует система (в данном случае это евклидово трехмерное пространство) $W \in E^N$, $N \in \{3\}$. Конфигурационное пространство C – это пространство всех возможных конфигураций системы. Каждая отдельная конфигурация определяется определенным набором значений обобщенных координат – вектором $\mathbf{c}_i = \mathbf{q}_i = (q_1; q_2; q_3; q_4)^T$ для $i = 1, \dots, n$, где q_1, q_2, q_3, q_4 – обобщенные координаты – углы поворота платформы, стрелы, рукояти и ковша соответственно. Понятие траектории можно также представить как последовательность конфигураций. К траекториям предъявляются требования непрерывности, гладкости [3].

Планирование траектории или определение значения обобщенных координат, как функции времени, классифицируется в соответствии с исходными данными на следующие типы задач [2, 4]:

- 1) траектория между двумя точками с произвольным путем между ними;*
- 2) траектория между двумя точками через последовательность промежуточных точек с произвольной формой пути между промежуточными точками;*
- 3) траектория между двумя точками с заданным путем между ними;*

4) траектория между двумя точками через последовательность промежуточных точек с заданным путем между промежуточными точками.

Для случаев 1 и 2 траектории обычно создаются в конфигурационном пространстве, так как для этого не нужно проводить предварительное решение обратной задачи кинематики для определения значений обобщенных координат, а также это позволяет избежать сингулярных конфигураций [5]. Однако результирующее движение в рабочем пространстве не предсказуемо, что особенно важно для пространства с препятствиями, поэтому данный способ лучше подходит для движения в свободном рабочем пространстве [4, 6]. Создание траекторий для случаев 3 и 4 лучше производить в рабочем пространстве, так как в этом случае это более наглядно и прогнозируемо, но может создать сингулярные конфигурации, при этом могут быть превышены кинематические ограничения. В данном случае для определения закона изменения обобщенных координат, а также для расчета управляющего воздействия двигателей необходимо решение обратной задачи кинематики на основе заранее определенного пути в рабочем пространстве.

Планирование траекторий

В данной работе рассмотрена методика построения траекторий в рабочем пространстве, реализованная в разработанном программном комплексе на языке программирования Python [7] с использованием библиотек Numpy [8], Matplotlib [9]. Алгоритм реализует построение между целевыми точками прямых, циклоид, цепных линий, а также кривых на базе В-сплайнов.

Определив расстояние между целевыми точками C и D (рис. 1), находим радиус окружности, для которой это расстояние соответствует полному обороту 2π – полному периоду циклоиды. Циклоида строится в плоскости XOZ, затем для ее ориентации в нужном направлении

производятся базовые вращения вокруг оси OY на угол γ , затем относительно OZ на угол β и OX на угол π , после чего необходимо произвести смещение из начала координат в стартовую точку, определив соответствующее расстояние. Если рассмотреть пример движения между точками C и D , то $\gamma = \pi/2 - \angle DCZ$, β – угол между проекцией вектора CD и осью OX .

Последовательность построений иллюстрирует схема рис. 1.

Построение цепной линии, прямой происходит аналогично вначале на плоскости с последующей необходимой ориентации кривой в рабочем пространстве.

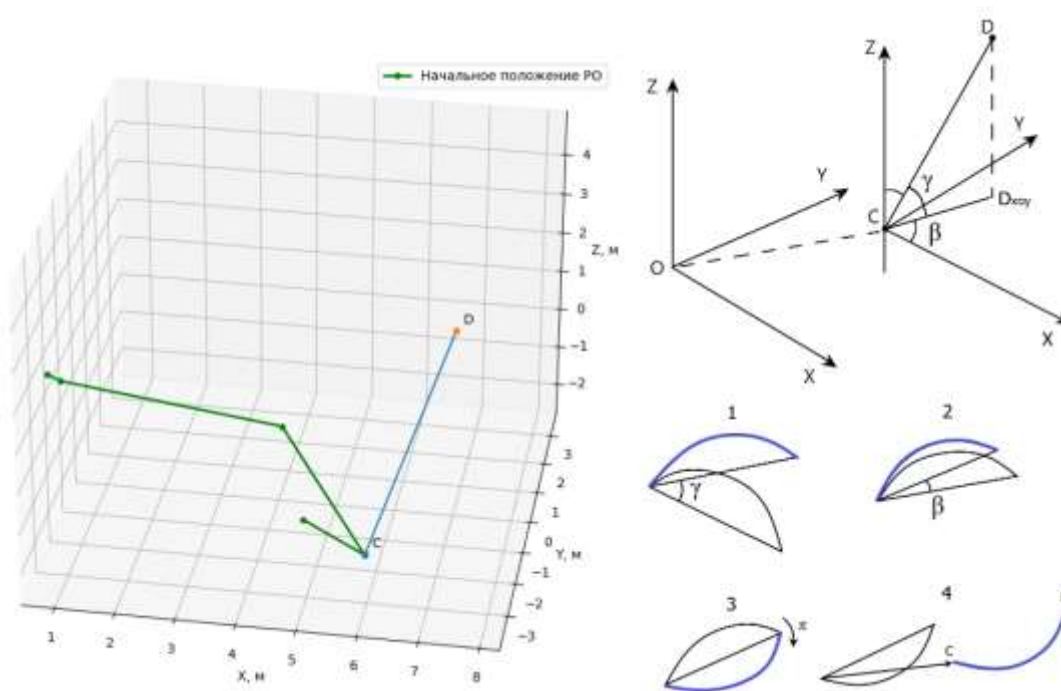


Рис. 1. Схема построения кривой между заданными точками

В-кривые на базисе В-сплайн функций строятся путем аппроксимации набора контрольных точек [10]. Данные кривые проходят через начальную и конечную контрольные точки, но не проходят (исключение при минимальном порядке В-сплайна) через все остальные контрольные точки. Степень В-кривых можно задавать, а также осуществлять локальную

модификацию. Степень полинома В-кривой не зависит от количества контрольных точек. Чем меньше порядок В-сплайна k , тем В-кривая ближе к ломаной, и при этом лучше локальная модификация, это значит, что окрестность влияния каждой контрольной точки (количество узловых значений параметра кривой) уменьшается. Чем больше k , тем В-кривая более гладкая, но тем хуже локальная модификация. На рисунке 2 представлена В-кривая, проходящая через контрольные точки P_0 и P_4 , при этом контрольные точки P_1 , P_2 , P_3 не принадлежат кривой, но оказывают влияние на ее форму, позволяя осуществлять локальную модификацию (представлено пунктиром) при смещении, например, точки P_1 в положение P'_1 либо P_2 – в P'_2 . В-кривые описывают гладкие и дифференцируемые траектории.

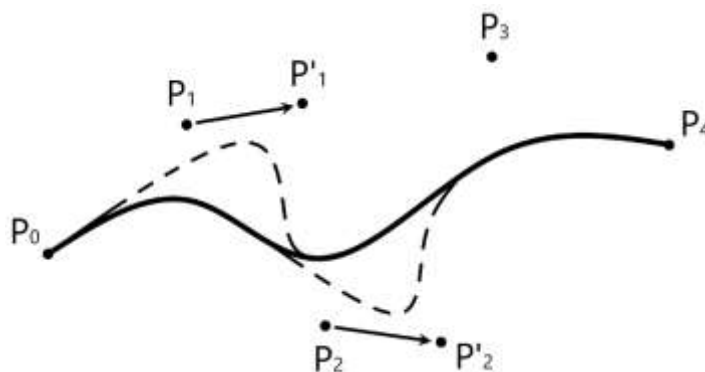


Рис. 2. В-кривая с возможностью локальной модификации

Полином, основанный на базисе В-сплайна записывается в виде:

$$\vec{r}(t) = \sum_{i=0}^n N_i^k \vec{r}_i,$$

где N_i^k – В-сплайн функция k -го порядка; n – количество узловых точек; $\vec{r}_i$ – координаты узловых точек; t – безразмерный параметр.

Расширенный узловой вектор по правилу Шенберга для определения количества кратных узлов:

$$t_{max} = n - k + 2,$$

где t_{max} – максимальное значение узлового параметра.

Порядок В-сплайна может меняться (можно выбирать) в пределах $2 \leq k \leq n+1$, степень полинома при этом $m = k - 1$.

Из указания Шенберга следует, что В-сплайн функция 1-го порядка равна единице на интервале $t_i \leq t \leq t_{i+1}$, а на остальных значениях параметра t данная функция равна нулю. В-сплайн функции более высоких порядков вычисляются на основании В-сплайн функций более низкого порядка, начиная с первого по формуле Кокса – Де Бура:

$$N_i^k(t) = \frac{(t-t_i)N_i^{k-1}}{t_{i+k-1}-t_i} + \frac{(t_{i+k}-t)N_{i+1}^{k-1}}{t_{i+k}-t_{i+1}}.$$

В-сплайн функции 1-4 порядков представлены на рис. 3.

В результате между целевыми точками получаем различные варианты кривых (пути) движения РО (см. рис. 3).

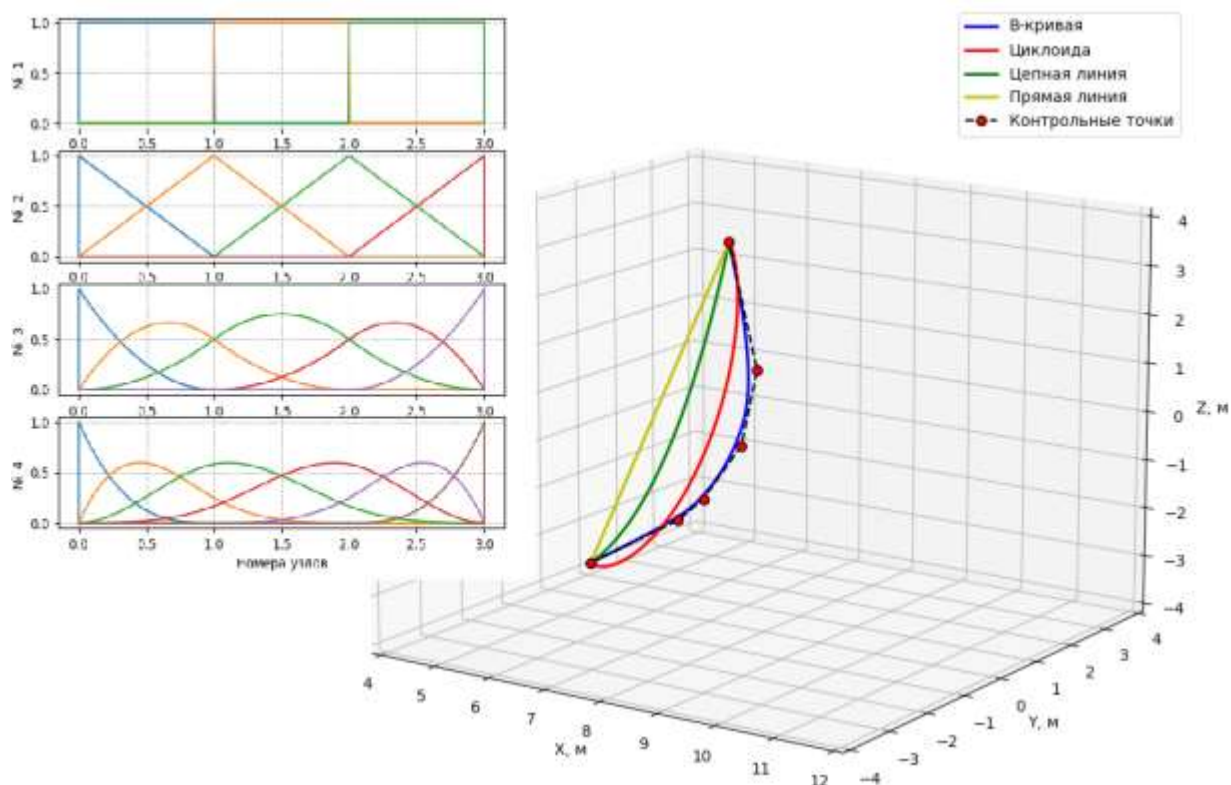
С помощью В-кривых возможно построение линий любой формы, что является очень эффективным и гибким инструментом при планировании движений рабочего оборудования.

Траектории (рис. 3) представлены отдельными точками. Для решения обратной задачи динамики необходимо задавать значения угловых координат, угловых скоростей и ускорений, соответственно, данные величины необходимо определить для каждой точки рассматриваемых кривых. Для этого проведем расчет по плану, состоящему из следующих этапов:

1. Решение обратной задачи кинематики (определение углов в шарнирах системы) для каждой точки кривой;
2. Задание времени движения по кривой (произвольное время);
3. Построение закона изменения угловой координаты, угловых скорости и ускорения.

В процессе движения по заданным точкам кривой система ускоряется, движется равномерно и замедляется, поэтому время перехода от одной точки к другой (одного состояния – набора значений углов в шарнирах к другому) будет разным.

Зададим безразмерный параметр s кривой (рис. 4), значение которого в 1-й точке равно 0 и в конечной – 1. Изменение значения параметра s во времени зададим полиномом 3-го порядка p . Заметим, что в общем случае характер изменения параметра s определяется исследователем, потому что это напрямую определяет интенсивность и длительность ускорения/торможения, равномерного движения по заданной траектории. На параллельной оси N откладываются n точек кривой на одинаковом расстоянии друг от друга. Состояние системы в точке N_i наступает во время t_i , N_{i+1} соответственно – во время t_{i+1} . Промежуток времени между двумя соседними состояниями системы $\Delta t_i = t_{i+1} - t_i$. При этом полином p на отрезке Δt_i ограничивает на оси N отрезок определенной длины, которому принадлежит соответствующее множество точек кривой. Равномерное распределение точек по оси N так же равномерно делит ось параметра s . Для нахождения t_i и t_{i+1} необходимо найти корни полинома p для точек, входящих в отрезок на оси параметра s .



В-сплайн функции 1-4 порядков (N_{i_1} , N_{i_2} , N_{i_3} , N_{i_4})

Рис. 3. Представление кривых в рабочем пространстве

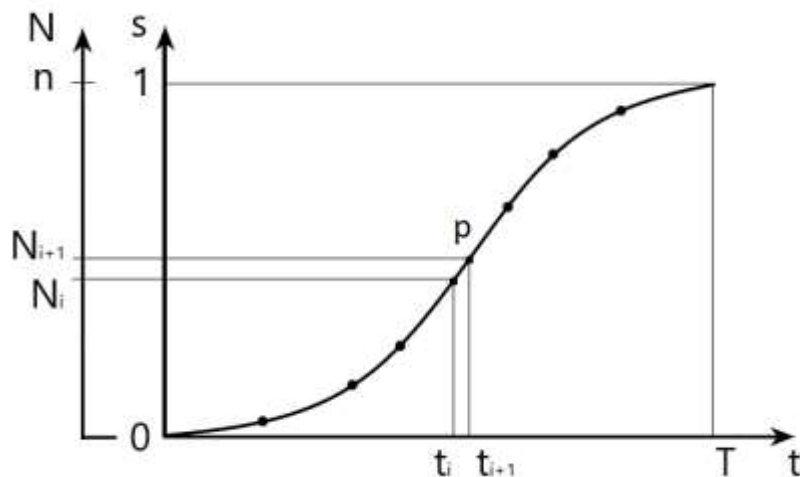


Рис. 4. Параметризация точек траектории

Решение обратной задачи кинематики в каждой точке дает набор значений углов в шарнирах. Для определения угловой скорости при переходе системы из одного состояния в следующее применим формулу:

$$\omega_i = \frac{q_{i+1} - q_i}{\Delta t_i},$$

тогда, соответственно, угловое ускорение:

$$\alpha_i = \frac{\omega_{i+1} - \omega_i}{\Delta t_i},$$

где q_i и q_{i+1} значения углов в шарнире в соседних состояниях системы.

Учитывая, что Δt_i согласно закону изменения параметра s всегда разное и в целевой точке числители данных формул не равны 0, то в крайних точках угловая скорость и ускорение так же не равны 0, однако, принято условие, что система начинает движение и заканчивает со скоростями и ускорениями равными нулю. Для соблюдения этого условия применим искусственный прием, который заключается в следующем:

- определим отклонение δ от нуля в конечных точках графиков ω и α ;
- примем интервал σ (количество точек), отсчитывая от концов графиков, на котором будет осуществляться «приведение» графиков к нулевому значению;

- определим приращение на каждом шаге корректировки графиков

$$h = \delta/\sigma;$$

- проведем корректировку значений согласно формулам:

$$\omega_{ik} = \omega_{i0} + nh,$$

$$\alpha_{ik} = \alpha_{i0} + nh,$$

где ω_{ik} , α_{ik} – скорректированные значения, ω_{i0} , α_{i0} – предыдущие значения;
 n – номер шага.

Описанная методика, с одной стороны, в силу изменяющегося значения Δt_i , с другой, из-за изменяющихся значений числителей, позволяет получить графики ω и α с достаточно заметными колебаниями величин. Это, в свою очередь, вызовет также колебания при решении обратной задачи динамики. Чтобы уменьшить эти эффекты применим сглаживание по алгоритму фильтра Баттерворта, так как данный фильтр отличается максимально гладкой амплитудно-частотной характеристикой на частотах полосы пропускания [11]. Вид результатов расчета согласно описанной методике показан на рис. 5 на примере угловой скорости в шарнире стрелы.

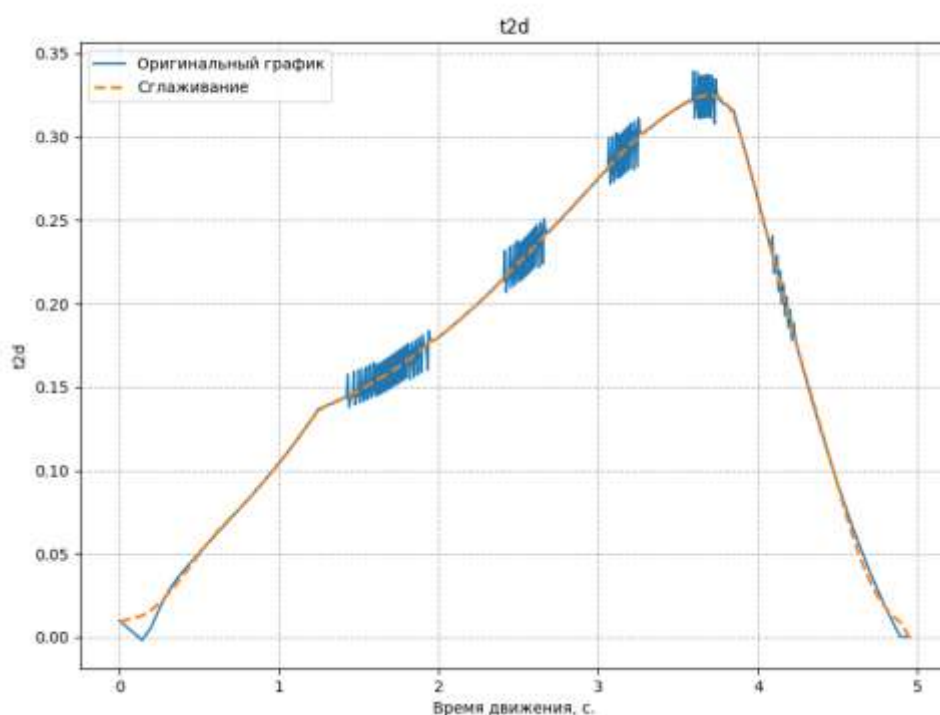


Рис. 5. График угловой скорости ($t2d$) в шарнире стрелы

Заключение

Представленная методика позволяет строить в рабочем пространстве кривые пути рабочего оборудования экскаватора разной степени сложности с последующим вычислением значений угловых скоростей, ускорений и угловых координат, что в свою очередь является входными данными для решения обратной задачи динамики. Стоит учитывать, что конфигурация системы в той или иной точке траектории рабочего пространства зависит от метода решения обратной задачи кинематики, так как в зависимости, например, от наличия требования определенной ориентации ковша значения углов в шарнирах будут изменяться, формируя при этом различные законы изменения обобщенных координат во времени. Описанный подход позволяет анализировать энергетические затраты при работе оборудования по тем или иным траекториям и производить оценки выбора приемлемых траекторий для разных задач, а также может являться основой для построения алгоритмов оптимизации энергозатрат.

Список источников

1. Безкорвайный, П. Г. Исследование нагружения рабочего оборудования гидравлического экскаватора при транспортировании ковша / П. Г. Безкорвайный, В. С. Шестаков, Т. И. Юсупов // Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). – 2021. – № 11-1. – С. 209-218. – DOI 10.25018/0236_1493_2021_111_0_209. – EDN EPREUX.
2. Dombre, E. Modeling, Performance Analysis and Control of Robot Manipulators / E. Dombre, W. Khalil. – Newport Beach, CA: Wiley-ISTE Ltd, 2007. - 504 p.
3. Дуданов, И. В. Автоматизация исполнительных систем гидравлического экскаватора: специальность 05.13.06 "Автоматизация и управление технологическими процессами и производствами (по отраслям)": диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / Дуданов Иван Владимирович; СамГТУ. – Самара, 2008. – 215 с. – EDN NQGYRN.
4. Lynch, K. M. Modern Robotics: Mechanics, Planning, and Control / K. M. Lynch, F. C. Park. – Cambridge, IL: Cambridge University Press, 2017. – 547 p.

5. Craig, J. J. Introduction to Robotics. Mechanics and Control. Third Edition. / J. J. Craig, M. J. Horton, A. Dworkin, C. Snyder and others. – Upper Saddle River, NJ 07458: Pearson Education, Inc., 2005. – 408 p.
6. Реброва, И. А. Автоматизация моделирования оптимальной траектории движения рабочего органа строительного манипулятора: специальность 05.13.12 "Системы автоматизации проектирования (по отраслям)": диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / Реброва Ирина Анатольевна; СибАДИ. – Омск, 2006. – 146 с. – EDN NODBHB.
7. The official home of the Python Programming Language: official website. – URL: <https://www.python.org/> (дата обращения: 24.09.2024).
8. The open source Numpy library for the Python programming language: official website. – URL: <https://numpy.org/> (дата обращения: 24.09.2024).
9. The Matplotlib data visualization library for the Python programming language. official website. – URL: <https://matplotlib.org/> (дата обращения: 24.09.2024).
10. De Boor, C. A practical guide to splines / C. De Boor. - New York: Springer Verlag, 2001. – 346 p.
11. Гусев, Б. В. Фильтрация сигналов и согласование нагрузок: учебное пособие / Б. В. Гусев, Е. В. Лагунов, С. Н. Шабунин; Министерство науки и высшего образования РФ. – Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2022. – 138 с.

References

1. Bezkorovajnij P.G., Shestakov V.S., Jusupov T.I. *Gornij informazionno technicheskij buleten (nauchno-technicheskij jurnal)*, 2021, no. 11-1, pp. 209-218.
2. Dombre E., Khalil W. Modeling, Performance Analysis and Control of Robot Manipulators, Newport Beach, CA, Wiley-ISTE Ltd, 2007, 504 p.
3. Dudanov I.V. Avtomatizacija ispolnitelnych sistem gidravlichesкого экскаватора (Automation of executive systems of a hydraulic excavator), Candidate's thesis, Samara, SAMGTU, 2008, 215 p.
4. Lynch K. M., Park F. C. *Modern Robotics: Mechanics, Planning, and Control*, Cambridge, IL, Cambridge University Press, 2017, 547 p.
5. Craig, J. J., Horton M. J., Dworkin A., Snyder C. and others. *Introduction to Robotics. Mechanics and Control. Third Edition*, Upper Saddle River, NJ 07458: Pearson Education, Inc., 2005, 408 p.
6. Rebrova I.A. Avtomatizacija optimalnoj trajektorii dvigjenija rabocheго organa stroitel'nogo manipulatora (Automation of modeling the optimal trajectory of the working element of a construction manipulator), Candidate's thesis, Omsk, SIBADI, 2006, 146 p.
7. The official home of the Python Programming Language: official website, available at: <https://www.python.org/> (24.09.2024).

8. The open source Numpy library for the Python programming language: official website, available at: <https://numpy.org/> (24.09.2024).
9. The Matplotlib data visualization library for the Python programming language. official website, available at: <https://matplotlib.org/> (24.09.2024).
10. De Boor C. *A practical guide to splines*, New York, Springer Verlag, 2001, 346 p.
11. Gusev B.V., Iagunov E.V., Shabunin S.N. *Filtrazija signalov I soglasovanie nagruzok: uchebnoe posobie* (Signal Filtering and Load Matching: A Tutorial), Ekaterinburg, Izdatelstvo uralskogo universiteta, 2022, 138 p.

Рецензент: Л.А. Сладкова, д-р тех. наук, проф., РУТ (МИИТ)

Информация об авторах

Кудряшов Петр Леонидович, соискатель уч. степени канд. техн. наук, МАДИ.
Савельев Андрей Геннадьевич, д-р техн. наук, проф., МАДИ; МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Information about the authors

Kudryashov Petr L., applicant for a degree candidate of technical sciences, MADI.
Saveliev Andrey G., doctor of sciences (technical), professor, MADI; BMSTU.

Статья поступила в редакцию 12.12.2024; одобрена после рецензирования 12.12.2024; принята к публикации 24.12.2024.

The article was submitted 12.12.2024; approved after reviewing 12.12.2024; accepted for publication 24.12.2024.