

Научная статья
УДК 621.865.8-8

Кинематическая модель шестиопорного гексапода

Алдин Ариж Зейн¹, Жанна Анатольевна Старостина²

^{1,2}Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет (МАДИ),
Москва, Россия

¹areej.zainaldeen.93@gmail.com

²anstar13@yandex.ru

Аннотация. Гексапод является разновидностью робототехнических устройств. В этой статье рассматривается шестиногий гексапод, который является шагающей платформой и может быть использован как шасси различных видов строительно-дорожной техники в стесненных и тяжелых для проходимости условиях в строительстве и разборе завалов.

У подвижной части гексапода есть шесть степеней свободы - три поступательные и три вращательные. Гексапод имеет шесть независимых друг от друга «ног», которые с помощью шарниров соединяют подвижную часть и неподвижную платформы. Гексапод является достаточно устойчивой и гибкой ходовой и может быть использован для разного назначения. Обширность сфер его применения обусловлена, тем что устойчив, при опирании на половину ног он не теряет своей устойчивости и не опрокидывается, соответственно более безопасен чем гексапод с меньшим количеством опор, за счет наличия шести ног он становится более проходимым по неровной и рельефной местности, в сравнии с колесной и даже гусеничной техникой. В работе представлены прямая и обратная кинематические модели шестиногого гексапода. Для вычисления положения и взаимосвязи между параметрами, таких как углы поворота шарниров, свободная конечная точка гексапода, а также обратная и прямая модель используется матрица Денавит-Хантенбурга. Данный метод дает возможность описать поступательные и вращательные связи соседних звеньев гексапода.

Ключевые слова: гексапод, шестиопорный гексапод, кинематическая модель, матрица трансформации, матрица Денавит-Хантенбург.

Для цитирования: Зейн Алдин А., Старостина Ж. А. Кинематическая модель шестиопорного гексапода // Автомобиль. Дорога. Инфраструктура. 2024. № 3 (41).

Original article

Kinematic model of hexapod supports

Zhanna A. Starostina ¹, Aldin A. Zein ²

^{1,2}Moscow Automobile and Road Construction State Technical University (MADI), Moscow, Russia

¹areej.zainaldeen.93@gmail.com

²anstar13@yandex.ru

Abstract. A hexapod is a type of robotic device. This article discusses a six-legged hexapod, which is a walking platform and can be used as a chassis for various types of road construction equipment in cramped and difficult conditions for cross-country construction and debris removal.

The movable part of the hexapod has six degrees of freedom - three translational and three rotational. The hexapod has six independent "legs" that connect the movable part and the fixed platform with the help of hinges. The hexapod is a fairly stable and flexible chassis and can be used for various purposes. The vastness of its fields of application is due to the fact that it is stable, when resting on half of the legs, it does not lose its stability and does not tip over, respectively, it is safer than a hexapod with fewer supports, due to the presence of six legs, it becomes more passable over uneven and relief terrain, compared with wheeled and even tracked vehicles. The paper presents direct and inverse kinematic models of a six-legged hexapod, the Denavit-Hantenburg matrix is used to calculate the position and relationship between parameters such as hinge rotation angles, the free endpoint of the hexapod, as well as the inverse and forward models. This method makes it possible to describe the translational and rotational connections of neighboring hexapod links.

Keywords: hexapod, kinematic model, dynamic model, transformation matrices and Newton-Euler method.

For citation: Starostina Zh. A., Zein Aldin A. Kinematic model of hexapod supports // *Avtomobil'. Doroga. Infrastruktura*. 2024. № 3 (41).

Актуальность исследования

В настоящее время проектируются гексаподы различного назначения, которые находят свое применение в военной отрасли, спасательных операциях и много где еще, работая в сложных условиях эксплуатации. Сфера их использования будет значительно расширяться из-за множества достоинств, таких как маневренность, устойчивость, проходимость, безопасность. Именно шестиногие гексаподы обладают полным набором достоинств, так как с меньшим количеством опор гексаподы становятся менее устойчивыми, соответственно все остальные характеристики тоже становятся хуже, важно проводить правильные расчеты и определять их наилучшие параметры для достижения хорошего результата.

Исследование

Гексаподы являются технологическими машинами, в основе которых лежит стержневая конструкция с использованием мехатронных модулей. Основа конструктивной схемы представляет собой платформу Стюарта. Данный тип конструкции шасси может быть универсальным носителем различного вида оборудования используемого при строительстве в стесненных условиях и при выполнении различных спасательных миссий для разбора завалов после природных явлений и техногенных катастроф.

Для вычисления положений взаимосвязи между параметрами, а именно углами поворота шарниров, свободной конечной точкой гексапода, а также обратной и прямой моделями используем матрицу ДН (Денавит-Хантенбург) (рис. 1). Данный метод дает возможность описать поступательные и вращательные связи соседних звеньев гексапода [2].

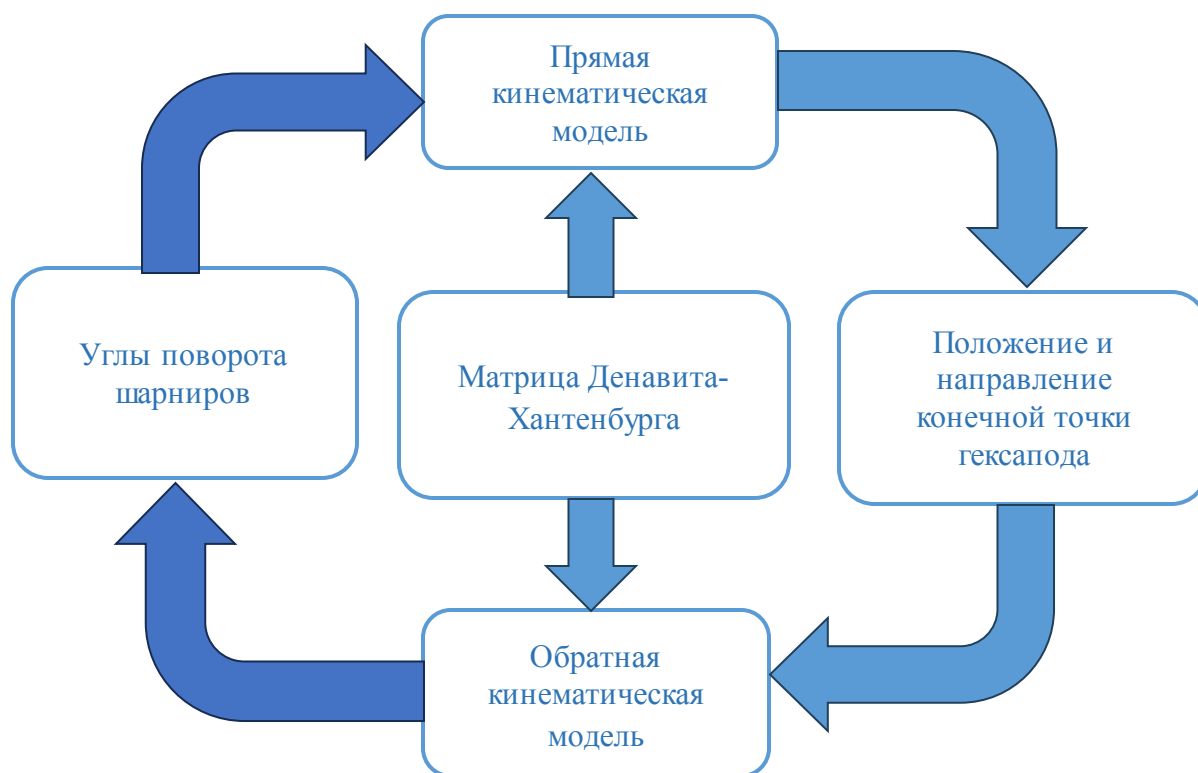


Рис. 1. Взаимосвязь между параметрами матрицы Денавита-Хантенбурга (ДН): углами поворота шарниров, свободной конечной точкой робота, а также обратной и прямой моделями

На рисунке 2 представлена схема конструкции опоры гексапода.

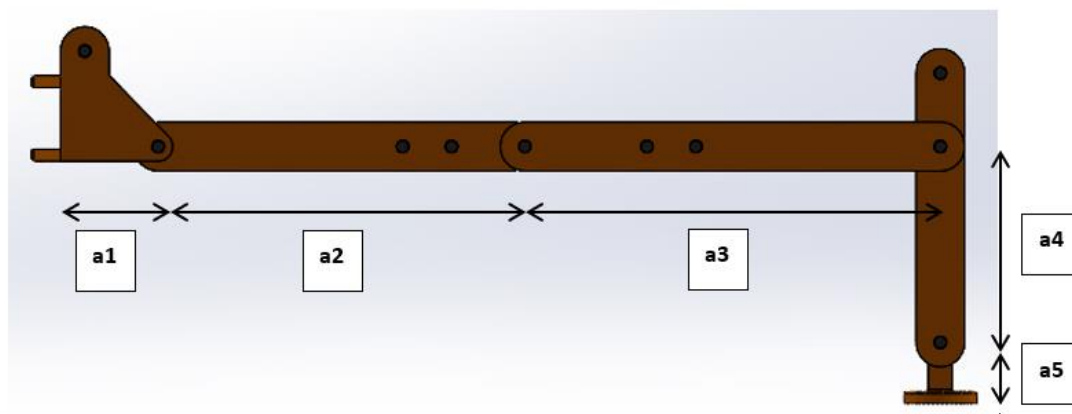


Рис. 2. Геометрические параметры опоры гексапода, прямая кинематика

На рисунке 3 представлена схема гексапода в декартовых координатах и показаны степени свободы конструкции.

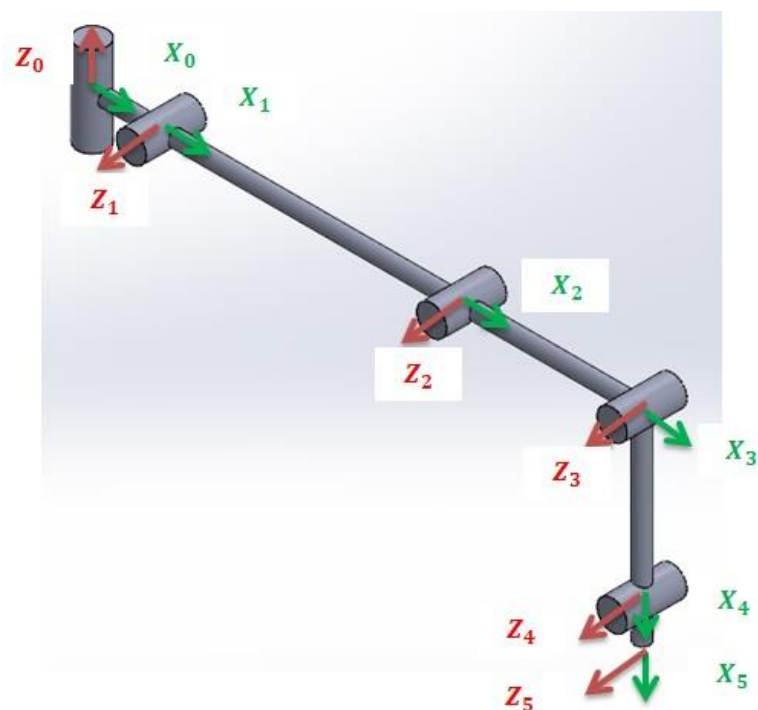


Рис. 3. Опора гексапода в декартовых координатах

Далее определяем параметры для подстановки в матрицу Денавита - Хартенберга,

где θ_i : угол соединения, угол между x_i и x_{i-1} относительно оси z_{i-1} ;

d_i : сдвиг звена, расстояние от x_i до x_{i-1} по оси z_{i-1} ;

α_i : отклонение звена, угол между z_{i-1} и z_i вокруг оси x_i ;

a_i : длина звена, расстояние от z_i до z_{i-1} по оси x_i ;

$\pi = 180^\circ$.

Таблица 1

Параметры для матрицы Денавита-Хартенберга				
№ соединения	a_i	α_i	d_i	θ_i
1	a_1	$\pi/2$	0	θ_1^*
2	a_2	0	0	θ_2^*
3	a_3	0	0	θ_3^*
4	a_4	0	0	$\theta_4^* - \pi/2$
5	a_5	0	0	θ_5^*

Матрица трансформации выражает переход от одних координат к другим, когда гексапод изменяет свое положение при движении. Например, если k описывается относительно R_0 несколькими переходами матрице перехода от 0 к k путем умножения промежуточных матриц, показанных на рисунке 4 [3].

$$T_0^k = T_0^1 \cdot T_1^2 \cdot T_2^3 \dots T_{k-1}^k$$

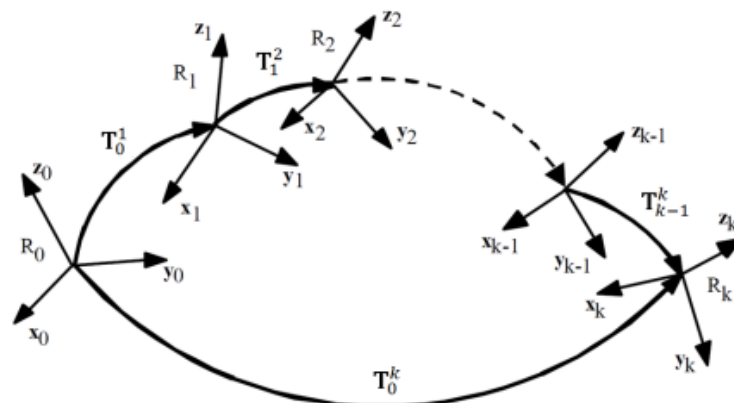


Рис. 4. Переход координат

Далее построим матрицу трансформации, в которой заданы координаты и ориентация положения O_i относительно O_{i-1} , и матрица принимает следующий вид:

$$T_{i-1}^i = \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\cos(\alpha_i) \cdot \sin(\theta_i) & \sin(\alpha_i) \cdot \sin(\theta_i) & a_1 \cdot \cos(\theta_i) \\ \sin(\theta_i) & \cos(\alpha_i) \cdot \cos(\theta_i) & -\sin(\alpha_i) \cdot \cos(\theta_i) & a_1 \cdot \sin(\theta_i) \\ 0 & \sin(\alpha_i) & \cos(\alpha_i) & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Далее производим расчет относительно заданных координат.

$$T_0^1 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1) & 0 & \sin(\theta_1) & a_1 \cdot \cos(\theta_1) \\ \sin(\theta_1) & 0 & -\cos(\theta_1) & a_1 \cdot \sin(\theta_1) \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_1^2 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_2) & -\sin(\theta_2) & 0 & a_2 \cdot \cos(\theta_2) \\ \sin(\theta_2) & \cos(\theta_2) & 0 & a_2 \cdot \sin(\theta_2) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_2^3 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_3) & -\sin(\theta_3) & 0 & a_3 \cdot \cos(\theta_3) \\ \sin(\theta_3) & \cos(\theta_3) & 0 & a_3 \cdot \sin(\theta_3) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3^4 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_4) & -\sin(\theta_4) & 0 & a_4 \cdot \cos(\theta_4) \\ \sin(\theta_4) & \cos(\theta_4) & 0 & a_4 \cdot \sin(\theta_4) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_4^5 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_5) & -\sin(\theta_5) & 0 & a_5 \cdot \cos(\theta_5) \\ \sin(\theta_5) & \cos(\theta_5) & 0 & a_5 \cdot \sin(\theta_5) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Получаем матрицу трансформации.

$$T_0^5 = T_0^1 \cdot T_1^2 \cdot T_2^3 \dots T_4^5$$

$$T_0^5 = \begin{bmatrix} T_1^1 & T_1^2 & T_1^3 & T_1^4 \\ T_2^1 & T_2^2 & T_2^3 & T_2^4 \\ T_3^1 & T_3^2 & T_3^3 & T_3^4 \\ T_4^1 & T_4^2 & T_4^3 & T_4^4 \end{bmatrix}$$

T_0^5 – это матрица трансформации (Homogeneous transformation matrix),

откуда можем построить следующие уравнения:

$$T_1^1 = \cos(\theta_1 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5) \cdot \cos(\theta_1)$$

$$T_1^2 = -\sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5) \cdot \cos(\theta_1)$$

$$T_1^3 = \sin(\theta_1)$$

$$T_1^4 = \cos(\theta_1) \cdot (a_1 + a_5 \cdot \cos(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5) + a_3 \cdot \cos(\theta_2 + \theta_3) + a_2 \cdot \cos(\theta_2) + a_4 \cdot \cos(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4))$$

$$T_2^1 = \cos(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5) \cdot \sin(\theta_1)$$

$$T_2^2 = -\sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5) \cdot \sin(\theta_1)$$

$$T_2^3 = -\cos(\theta_1)$$

$$T_2^4 = \sin(\theta_1) \cdot (a_1 + a_5 \cdot \cos(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5) + a_3 \cdot \cos(\theta_2 + \theta_3) + a_2 \cdot \cos(\theta_2) + a_4 \cdot \cos(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4))$$

$$T_3^1 = \sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5)$$

$$T_3^2 = \cos(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5)$$

$$T_3^3 = 0$$

$$T_3^4 = a_5 \cdot \sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5) + a_3 \cdot \sin(\theta_2 + \theta_3) + a_2 \cdot \sin(\theta_2) + a_4 \cdot \sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)$$

$$T_4^1 = a_5 \cdot \sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5) + a_3 \cdot \sin(\theta_2 + \theta_3) + a_2 \cdot \sin(\theta_2) + a_4 \cdot \sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)$$

$$T_4^2 = \cos(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5) \cdot \cos(\theta_1)$$

$$T_4^2 = -\sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5) \cdot \cos(\theta_1)$$

$$T_4^3 = \sin(\theta_1)$$

$$T_4^4 = \cos(\theta_1) \cdot (a_1 + a_5 \cdot \cos(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5) + a_3 \cdot \cos(\theta_2 + \theta_3) + a_2 \cdot \cos(\theta_2) + a_4 \cdot \cos(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4))$$

Теперь, после получения однородной матрицы преобразования (Homogeneous transformation matrix) (T_0^5), мы можем рассчитать прямую кинематическую модель, которая используется для вычисления координат и направления конечной точки гексапода в направлении любого переменного значения шарнира и его угла поворота.

Далее представим обратную кинематику опор гексапода на рис. 5.

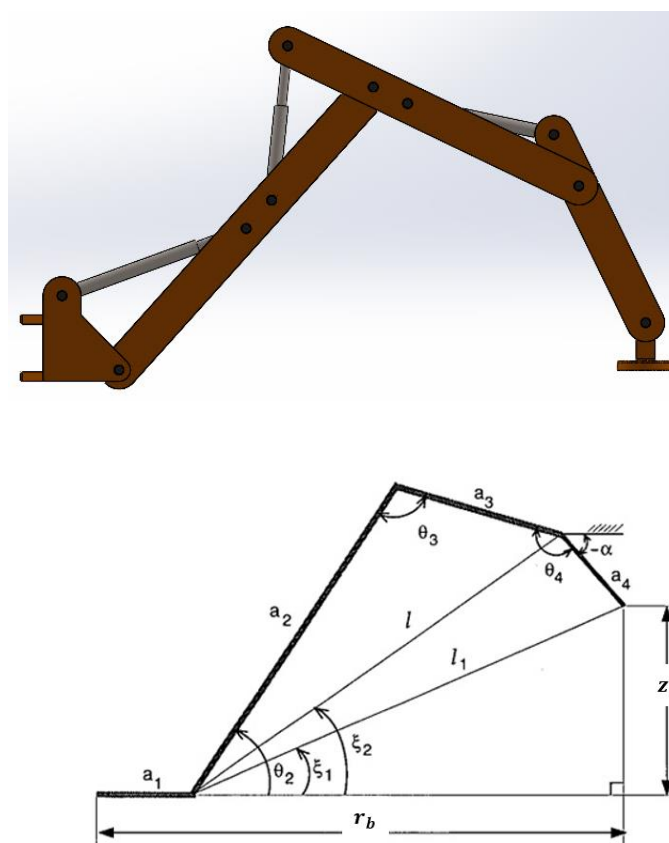


Рис. 5. Обратная кинематика опоры гексапода

Обратная кинематическая модель используется для построения координат конечной точки движения гексапода, здесь должны быть известны

углы поворота, под которыми гексапод должен двигаться, чтобы достичь координат желаемой точки.

Ниже приведены уравнения, которые были получены для расчета углов поворота шарниров гексапода $(\theta_2, \theta_3, \theta_4)$ когда конечной точке были заданы определенные координаты, как показано на последнем рисунке 3 [1].

$$\begin{aligned}l_1 &= \sqrt{(r_b - a_1)^2 + z_b^2} \\ \varepsilon_1 &= \operatorname{atan}\left(z_b / (r_b - a_1)\right) \\ l &= \sqrt{l_1^2 + a_4^2 - 2l_1a_4 \cos(\varepsilon_1 - \alpha)} \\ \varepsilon_2 &= \operatorname{asin}\left[(z_b - a_4 \sin \alpha_4) / l\right] \\ \theta_2 &= \varepsilon_2 + \operatorname{acos}\left[(a_2^2 + l^2 - a_3^2) / 2a_2l\right] \\ \theta_3 &= \operatorname{acos}\left[(a_2^2 + a_3^2 - l^2) / 2a_2a_3\right] \\ \theta_4 &= \operatorname{acos}\left[(a_3^2 + l^2 - a_2^2) / 2a_3l\right] + \operatorname{acos}\left[(a_4^2 + l^2 - l_1^2) / 2a_4l\right]\end{aligned}$$

Заключение

Применение матрицы Денавита-Хартенберга позволило описать движение звеньев относительно предыдущих звеньев и их нахождение в пространстве, этот метод часто используется при расчетах кинематики робота и планировании движения. Представленные кинематическая прямая и обратная модели описывают движение механизма из одних координат в другие, они позволяют составить оптимальный алгоритм движения шести опор гексапода и наилучшие траектории движения, которые обеспечивают наиболее точное, устойчивое и безопасное движение.

Список источников

1. Акдаг, М. Интегрированный подход к моделированию мехатронной системы применительно к роботу hexapod / М. Акдаг, Х. Карагулле, Л. Малгача // Математика и вычислительная техника в моделировании. – 2012. – № 82. – С. 818-835.

2. Зейн Алдин, А. Проектирование шасси «гексапод» для шагающего экскаватора / А. Зейн Алдин // Подъемно-транспортные, строительные, дорожные, путевые, мелиоративные машины и робототехнические комплексы : Сборник докладов 27-й Московской международной межвузовской научно-технической конференции студентов, магистрантов, аспирантов и молодых ученых, посвященной 95-летию подготовки инженеров-механиков МИСИ-МГСУ, Москва, 26–27 апреля 2023 года. – Москва: Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, 2023. – С. 148-150. – EDN ZAJUDB.
3. Кушнир, А. П. Мобильный роботизированный комплекс «Jad» / А. П. Кушнир, А. А. Зейн // Инновационные технологии в электронике и приборостроении : Сборник докладов Российской научно-технической конференции с международным участием, Москва, 05–12 апреля 2021 года. Том 2. – Москва: МИРЭА - Российский технологический университет, 2021. – С. 88-93. – EDN VJUXTM.
4. Кушнир, А.П. Новые 3D технологии изготовления моделей / А.П. Кушнир, В.Б. Лившиц, Д.С. Кобзев // Информатика и технология: межвузовский сборник научных трудов. Выпуск XIX. – Москва: МГУПИ, 2013. – 263 с.
5. Павловский, В. Е. О разработках шагающих машин / В. Е. Павловский // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. – 2013. – № 101. – С. 1-32. – EDN RXRDQD.
6. Sorin, Mănoiu Olaru. Hexapod Robot Leg Dynamic Simulation and Experimental Control using Matlab / Mănoiu Olaru Sorin, Mircea NiŃulescu // Proceedings of the 14th IFAC Symposium on Information Control Problems in Manufacturing, Bucharest, Romania, May 23-25, 2012. – Vol. 45, Issue 6. – P. 818-899. – DOI 10.3182/20120523-3-RO-2023.00335.
7. Си, Ф. Обратная динамика насекомых с использованием метода естественного ортогонального дополнения / Ф. Си, Р. Синатра // Журнал для Производственных систем. – 2012. – № 2 (21).
8. He, Jun. Mechanism, Actuation, Perception, and Control of Highly Dynamic Multilegged Robots: A Review / Jun He, Feng Gao // Chinese Journal of Mechanical Engineering. – 2020. – Vol. 33(1). – P. 2-30. – DOI 10.1186/s10033-020-00485-9.
9. Kinematic modeling and calibration of a flexure based hexapod nanopositioner Hongliang Shia, Hai-Jun Sua,,Nicholas Dagalakish, John A. Kramar // Precision Engineering. – 2013. – Vol. 37(1). – P. 117-128. – DOI 10.1016/j.precisioneng.2012.07.006
10. Third-party Evaluation of Robotic Hand Designs Using a Mechanical Glove / Takayuki Kanai, Yoshiyuki Ohmura, Akihiko Nagakubo, Yasuo Kuniyoshi // Journal of the Robotics Society of Japan. – 2021. – Vol.39. – No. 6. – P. 557-560.

References

1. Akdag M., Karagulle H., Malgacha L. *Matematika i vychislitel'naya tekhnika v modelirovanii*, 2012, no. 82, pp. 818-835.
2. Zein Aldin A., Mandrovsky K.P. *Sbornik dokladov 27-y Moskovskoy*

mezhdunarodnoy mezhvuzovskoy nauchno-tehnicheskoy konferentsii studentov, magistrantov, aspirantov i molodykh uchenykh, posvyashchennoy 95-letiyu podgotovki inzhenerov-mekhanikov MISI-MGSU, Moscow, MISI-MGSU, 2023. pp. 148-150.

3. Kushnir A.P., Zein Aldin A. Innovatsionnyye tekhnologii v elektronike i priborostroyeni: Sbornik dokladov Rossiyskoy nauchno-tehnicheskoy konferentsii s mezhdunarodnym uchastiyem, Moscow, MIREA, 2021, pp. 88-93.

4. Kushnir A.P., Livshits V.B., Kobzev D.S. Informatika i tekhnologiya: mezhvuzovskiy sbornik nauchnykh trudov. Vypusk XIX, Moscow, MGUPI, 2013, 263 p.

5. Pavlovsky V.E. *Preprinty IPM im. M.V. Keldysha*, 2013, no. 101, pp. 1-32.

6. Sorin M.O., Nitulescu M. Proceedings of the 14th IFAC Symposium on Information Control Problems in Manufacturing, Bucharest, Romania, 2012, vol. 45, no. 6, pp. 818-899, DOI 10.3182/20120523-3-RO-2023.00335.

7. Si F., Sinatra R. *Zhurnal dlya Proizvodstvennykh system*, 2012, no. 2 (21).

8. Jun He, Feng Gao *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2020, vol. 33(1), pp. 2-30, DOI 10.1186/s10033-020-00485-9.

9. Shi H., Su H.J., Dagalakis N., Kramar Y.A. *Precision Engineering*, 2013, vol. 37(1), pp. 117-128, DOI 10.1016/j.precisioneng.2012.07.006.

10. Yasuo Kuniyoshi, Yoshiyuki Omura, Akihiko Nagakubo. *Journal of the Robotics Society of Japan*, 2021, vol.39, no. 6, pp. 557-560.

Рецензент: Г.В. Кустарев, канд. тех. наук, доц., МАДИ

Информация об авторах

Зейн Алдин Ариж, аспирант, МАДИ.

Старостина Жанна Анатольевна, канд. техн. наук, доц., МАДИ.

Information about the authors

Zein Aldin A., postgraduate, MADI.

Starostina Zhanna A., Candidate of Sciences (Technical), associated professor, MADI.

Статья поступила в редакцию 18.06.2024; одобрена после рецензирования 18.06.2024; принята к публикации 09.09.2024.

The article was submitted 18.06.2024; approved after reviewing 18.06.2024; accepted for publication 09.09.2024.