УДК 629.332

**А.Н. Солнцев** канд. техн. наук, проф., МАДИ, тел.: 8(495)155-03-84, e-mail: ansolntsev@mail.ru

# РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДВИЖЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ОБРАЗЦА АВТОПОЕЗДА БОЛЬШОЙ ГРУЗОПОДЪЕМНОСТИ, СОСТОЯЩЕГО ИЗ ЧЕТЫРЕХОСНОГО ТЯГАЧА И АКТИВНОГО ПОЛУПРИЦЕПА

Аннотация. В статье рассматривается процесс создания имитационной математической модели движения экспериментального образца автопоезда большой грузоподъемности, представляющего собой четырехосный полноприводный тягач с активным четырехосным полуприцепом. Индивидуальный привод колесных движителей полуприцепа осуществляется с помощью электромотор-колес, имитационное моделирование проводится в среде Matlab Simulink.

Ключевые слова: математическая модель движения автопоезда, имитационное моделирование, тягач с полуприцепом.

#### Введение

Имитационная модель движения экспериментального образца автопоезда большой грузоподъемности (рис. 1) необходима для разработки и проверки алгоритмов управления электромеханической трансмиссии, оценки тягово-динамических характеристик образца, алгоритмов управления распределением тяговых усилий, процесса переключения передач и других исследовательских задач.

> № 2(2) декабрь 2014



Рис. 1. Экспериментальный образец автопоезда большой грузоподъемности

Целью НИР является разработка математической модели движения объекта испытаний и проведение имитационного моделирования в среде MatLab Simulink для дальнейшего определения оптимальных алгоритмов управления тяговыми и тормозными усилиями на колесных движителях активного полуприцепа для различных условий движения.

#### Математическая модель движения автопоезда

В целях упрощения математической модели и сокращения времени расчетов будем использовать эквивалентную схему объекта исследований, представленную на рис. 2.



Рис. 2. Эквивалентная схема объекта исследований

Движение полуприцепа будет описываться системой уравнений, идентичной приведенной ниже, за тем исключением, что ускорения центра масс полуприцепа будут рассчитываться из ускорений центра масс тягача в подвижной системе координат путем их переноса, с учетом вращательного движения тягача, из центра масс тягача в седельно-сцепное устройство и далее, с учетом вращательного движения полуприцепа и угла складывания, в центра масс полуприцепа, что и будет являться условием связи.

В таком случае движение тягача будет описываться следующей системой уравнений:

№ 2(2) декабрь 2014

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \ddot{x}_{in} \\ \ddot{y}_{in} \\ \ddot{z}_{in} \end{bmatrix} = T_{Uh} \cdot \begin{bmatrix} F_{XFL} + F_{XRR} + F_{XRL} + F_{XRR} + F_{windX} + F_{GX} + F_{RR} + F_{Xsrr} \\ F_{YFL} + F_{YRR} + F_{YRR} + F_{windY} + F_{GY} + F_{Xsrr} \\ F_{ZFL} + F_{ZRR} + F_{ZRR} + F_{ZRR} + F_{windY} + F_{GY} \\ F_{ZFL} + F_{ZRR} + F_{ZRR} + F_{ZRR} + F_{ZRR} + F_{windY} \\ F_{ZFL} + F_{ZRR} + F_{ZRR} + F_{ZRR} + F_{ZRR} + F_{windY} \\ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \cos\psi \cdot \cos\chi & -\sin\psi \cdot \cos\varphi - \cos\psi \cdot \sin\chi \cdot \sin\varphi & \sin\psi \cdot \sin\varphi \\ -\cos\psi \cdot \sin\chi \cdot \cos\varphi \\ \sin\psi \cdot \cos\chi & \cos\psi \cdot \cos\varphi + \sin\psi \cdot \sin\chi \cdot \sin\varphi \\ -\sin\psi \cdot \sin\chi \cdot \cos\varphi \\ -\sin\chi & \cos\chi \cdot \sin\varphi \\ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} F_{windX} \\ F_{windZ} \\ F_{windZ} \\ F_{rwindZ} \\ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.5 \cdot c_{airX} \cdot A_{L} \cdot \rho \cdot (V_{CoGX} - V_{windX} \cdot \cos\psi - V_{windY} \cdot \sin\psi)^{2} \\ -0.5 \cdot c_{airX} \cdot A_{L} \cdot \rho \cdot (V_{CoGY} + V_{windX} \cdot \sin\psi - V_{windY} \cdot \cos\psi)^{2} \\ \cdot sign(V_{windX} \cdot \sin\psi - V_{windY} \cdot \cos\psi) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} F_{GX} \\ F_{GY} \\ F_{GZ} \\ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\chi_{road}) & \sin(\chi_{road}) \cdot \sin(\varphi_{road}) & \sin(\chi_{road}) \cdot \cos(\varphi_{road}) \\ 0 & \cos(\varphi_{road}) & \cos(\chi_{road}) & \cos(\chi_{road}) \\ 0 & \cos(\chi_{road}) & \cos(\chi_{road}) & \cos(\chi_{road}) \\ 0 & \cos(\chi_{road}) & \cos(\chi_{road}) & \cos(\chi_{road}) \\ 0 & \cos(\chi_{road}) & \cos(\chi_{road}) & \cos(\chi_{road}) \\ \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ m_{CoG} \cdot g \end{bmatrix}$$

$$I_{Z} \cdot \ddot{\psi} = (F_{YFR} + F_{YFL}) \cdot I_{F} - (F_{YRL} + F_{YRR}) \cdot I_{R} + (F_{XFR} - F_{XFL}) \cdot 0.5 \cdot b_{F} + (F_{XRR} - F_{XRL}) \cdot 0.5 \cdot b_{R} + F_{Ysr} \cdot I_{astr}$$

$$I_{X} \cdot \ddot{\varphi} = (F_{ZFL} - F_{ZFR}) \cdot 0.5 \cdot b_{F} + (F_{ZRL} - F_{ZRR}) \cdot 0.5 \cdot b_{R} - m_{CoG} \cdot \ddot{y}_{In} \cdot h_{CoG}$$

$$I_{Y} \cdot \ddot{\chi} = -(F_{ZFL} + F_{ZFR}) \cdot I_{F} + (F_{ZRL} + F_{ZRR}) \cdot I_{R} + m_{CoG} \cdot \ddot{x}_{I} \cdot h_{CoG}$$

где  $m_{CoG}$  – масса тягача, при моделировании является величиной переменной из-за изменяющейся вертикальной нагрузки на седельносцепном устройстве, вызванной перераспределением вертикальных реакций полуприцепа, обусловленным динамикой движения;  $\ddot{x}_{ln}, \ddot{y}_{ln}, \ddot{z}_{ln}$  – проекции ускорения центра масс тягача в инерциальной системе отсчета на декартовые оси системы координат;  $T_{Uln} = T_{RotZ} \cdot T_{RotY} \cdot T_{RotX}$  – матрица поворота для переноса соответствующих векторов из системы координат, связанной с центром масс тягача в

> № 2(2) декабрь 2014

инерциальную систему отсчета; индексы X, Y, Z – определяют принадлежность направленности вектора относительно главных центральных осей тягача; F – сила; индексы FL, FR, RL, RR – определяют принадлежность вектора колесам тягача, соответственно переднему левому, переднему правому, заднему левому и заднему правому по ходу движения; индекс *str* – определяет точку приложения вектора (силы, скорости, ускорения) к центру седельно-сцепного устройства тягача; индекс wind – индекс силы аэродинамического сопротивления или скорости ветра;  $F_{GX}, F_{GY}, F_{GZ}$  – проекции вектора силы тяжести тягача на главные центральные оси тягача;  $V_{\scriptscriptstyle CoG}$  — скорость центра масс тягача в подвижной системе координат;  $\psi$  – угол рыскания;  $\phi$  – угол крена (в поперечном направлении); χ – угол тангажа (угол крена в продольном направлении);  $\chi_{road}$  – продольный угол наклона профиля опорной поверхности (дороги);  $\phi_{road}$  – поперечный уклон дороги;  $c_{airX}$ ,  $c_{airY}$  – коэффициенты аэродинамического сопротивления в продольном/поперечном направлениях;  $A_L, A_S$  – лобовая площадь автопоезда, боковая площадь тягача; *р* – плотность воздуха; g – ускорение свободного падения;  $I_{X}, I_{Y}, I_{Z}$  – главные моменты инерции тягача;  $l_F, l_R$  — расстояние от центра тяжести тягача до оси передних/задних колес;  $l_{astr}$  – расстояние от центра тяжести тягача до седельно-сцепного устройства;  $b_F, b_R$  – колея передних/задних колес тягача;  $h_{CoG}$  – высота центра масс тягача;  $I_{Wi}$  – моменты инерции эквивалентных колес тягача (см. рис. 2);  $\dot{\varpi}_i$  – угловое ускорение эквивалентного колеса тягача; *T*<sub>Dr,i</sub> – подводимый к колесному движителю тягача крутящий момент; *T*<sub>*Br,i*</sub> – подводимый к колесному движителю тягача тормозной момент;  $r_d$  – динамический радиус колеса;  $F_{Li}$  – сила взаимодействия с опорной поверхностью в продольной плоскости колесного движителя.

> № 2(2) декабрь 2014

Отметим, что для моделирования движения экспериментального образца автопоезда большой грузоподъемности в различных дорожных условиях, в математической модели отдельно задавалась карта местности, пример которой показан на рис. 3.



Рис. 3. Сегментированная карта местности

Таким образом, в модели задавались продольные и поперечные уклоны опорной поверхности, а также сегменты различных типов покрытий с индивидуальными характеристиками по сцеплению [1] из следующего списка: сухой асфальт; мокрый асфальт; сухой бетон; сухой гравий; мокрый гравий; снег; лед. Каждому из 7 типов опорных покрытий соответствовали индивидуальные коэффициенты сопротивления качению колесных движителей [2].

При индивидуальном управлении тяговыми усилиями активных колес полуприцепа исходной являлась рассчитанная внешняя характеристика вентильно-индукторного электропривода (ВИП), приведенная к колесному движителю, показанная на рис. 4.

Пример графической визуализации движения экспериментального образца автопоезда большой грузоподъемности (эквивалентной схемы) по круговой траектории представлен на рис. 5.

№ 2(2) декабрь 2014



Рис. 4. Внешняя характеристика ВИП, приведенная к колесному движителю



Рис. 5. Визуализация движения объекта исследований

№ 2(2) декабрь 2014

#### Результаты и выводы

В результате выполнения НИР была разработана имитационная математическая модель движения экспериментального образца автопоезда большой грузоподъемности. Модель имеет 30 степеней свободы (6 степеней свободы кузова тягача, 6 – кузова полуприцепа, вращение 6 колес, повороты 6 колес, индивидуальный тип опорной поверхности под каждым из 6 колес при движении). Математическая модель была программно реализована в среде Matlab Simulink для дальнейшего определения оптимальных алгоритмов управления тяговыми и тормозными усилиями на колесных движителях активного полуприцепа. Модульность построенной модели Simulink [3] позволяет на следующем этапе перейти от эквивалентной схемы объекта исследований к действительной схеме, для уточнения алгоритмов управления ВИП.

#### Литература

1. Shadrin S.S., Ivanov A.M., Prikhodko V.M. Experimental and calculated procedure for determining the adhesion properties of the vehicle pneumatic tires in use. Adv. Environ. Biol., 8 (13), 294–297, 2014.

2. Кристальный С.Р., Попов Н.В., Фомичев В.А. Проблемы функционирования АБС на автомобилях, оснащённых шипованными шинами // Автомобильная промышленность. 2012. № 8. С. 20–22.

3. Иванов А.М., Солнцев А.Н., Спинов А.Р., Шадрин С.С. Разработка системы автоматического торможения колесного транспортного средства // Журнал Автомобильных Инженеров. 2013. № 6 (83). С. 36–39.

#### References

1. Shadrin S.S., Ivanov A.M., Prikhodko V.M. Experimental and calculated procedure for determining the adhesion properties of the vehicle pneumatic tires in use. Adv. Environ. Biol., 8 (13), 294–297, 2014.

№ 2(2) декабрь 2014

2. Kristal'nyy S.R., Popov N.V., Fomichiov V.A. *Journal of Automotive Industry*, 2012, vol. 8, pp. 20–22.

3. Ivanov, A.M., Solntsev, A.N., Spinov, A.R., Shadrin, S.S. *Journal of the Association of Automotive Engineers (AAI)*, 2013, vol. 6 (83), pp. 36–39.

#### A. Solntsev

The development of a mathematical model of motion for heavy duty train, consisting of a four axle tractor and an active four axle semi-trailer

Abstract. This paper takes a look at the processes involved in creating a simulating mathematical model of motion of an experimental prototype of a heavy duty train, consisting of a four axle four wheel drive tractor and an active four axle semi-trailer. The propulsion of the individual wheel drive of the semi-trailer is achieved by means of a wheel motor. The simulation is carried out in the Matlab Simulink work space environment.

**Key words:** mathematical model of truck and semitrailer motion, simulation, truck with semitrailer.